

年度(前・後)期	試験	科目	授業制限	担当教員	試験実施日
		6/25. 宿題解答(3)			月 日()

次の関数のマクローリン級数の x^3 の項までの部分和を求めよ

• e^{2x} $f(x) = e^{2x}$ とすると $f^{(n)}(x) = 2^n e^{2x}$ (n は0以上の整数) となる
 $f(0) = 1, f'(0) = 2, f''(0) = 4, f'''(0) = 8$ である。

$f(x)$ のマクローリン級数の x^3 の項までの部分 and を S_3 とすると

$$S_3 = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{4}{3}x^3 \quad \square$$

(別解) e^x のマクローリン級数の x^3 の項までの部分 and を $S(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ とすると

$$S_3 = S(2x) = 1 + 2x + \frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^3}{6} = 1 + 2x + 2x^2 + \frac{4}{3}x^3 \quad \square$$

• $\sqrt{1+x}$ $f(x) = \sqrt{1+x}$ とすると $f'(x) = \frac{1}{2}(1+x)^{-1/2}, f''(x) = -\frac{1}{4}(1+x)^{-3/2}, f^{(3)}(x) = \frac{3}{8}(1+x)^{-5/2}$

よって $f(0) = 1, f'(0) = \frac{1}{2}, f''(0) = -\frac{1}{4}, f'''(0) = \frac{3}{8}$ となる

$$f(x) \text{ のマクローリン級数の } x^3 \text{ の項までの部分 and は } f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 \quad \square$$

次の値をマクローリン級数で近似せよ

• $\cos 1^\circ = 0.99984769\dots$

$f(x) = \cos x$ のマクローリン級数の x^2 の項までの部分 and は $f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 = 1 - \frac{x^2}{2}$

$1^\circ = \frac{\pi}{180}$ となる $1 - \frac{(\frac{\pi}{180})^2}{2}$ を関数電卓で計算すると $0.99984769\dots$ となり、

x^2 の項までの部分 and で記述されている桁まで近似できる。

• $\sqrt{1.01} = 1.00498756\dots$

$f(x) = \sqrt{1+x}$ とすると $f(x)$ のマクローリン級数の x^2 の項までの部分 and は $f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$

となる $x = 0.01$ を代入すると $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 = 1 + 0.005 - 0.0000125 = 1.0049875$

となる。さらに x^3 の項までの部分 and を考えれば、 $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3$ となる

$x = 0.01$ を代入して $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 = 1 + 0.005 - 0.0000125 + 0.0000000625 = 1.0049875625$

となり、 $\frac{1}{2}$ 記述されている桁まで近似できる。

受講制限	名古屋大学教養教育院事務室	学生番号	学年-クラス番号	氏名
制限			-	