西浦廉政先生古希記念研究会「21世紀応用数学の現在と未来」
(札幌アスティ45，2022.9.21–22)

量子インストルメント理論:
量子の測定から心の測定へ

中部大学

小澤正直

はじめに

- Hilbert の第６問題: 量子力学の公理化
- von Neumann の公理系：測定公理が未完のまま残された
- 量子力学の公理化の完成：測定公理 – 量子インストルメント
- 重力波検出方式をめぐる論争
- 不確定性原理の修正
- 量子インストルメントの認知心理学への応用: 質問順序効果は心の量子性の現れか？

量子力学に対する von Neumann の公理系

- **公理 Q1 (状態と物理量).** 任意の量子系 S には，S の状態空間と呼ばれる，ある *Hilbert* 空間 $\mathcal{H}$ が対応する． S の状態 には，$\mathcal{H}$ 上の密度作用素が対応し，S の物理量には，$\mathcal{H}$ 上の自己共役作用素が対応する．

- **公理 Q2 (Born の統計公式).** 任意の物理量 A は任意の状態 ρ で測定可能で，その測定値 x の確率分布は次式で与えられる．これを物理量 A の状態 ρ における確率分布と呼ぶ．

$$\Pr\{A \in \Delta \| \rho\} = \mathrm{Tr}[E^A(\Delta)\rho] \quad (\Delta \in \mathcal{B}(\mathrm{R})).$$

- **公理 Q3 (時間発展).** 系 S は，時刻 t から $t+\tau$ の間，（時間に依存しない）*Hamiltonian* H をもつ孤立系とする．もし，系 S が時刻 t で状態 $\rho(t)$ にあるならば，時刻 $t+\tau$ における系 S の状態 $\rho(t+\tau)$ は次式で与えられる．

$$\rho(t+\tau) = e^{-i\tau H/\hbar}\rho(t)e^{i\tau H/\hbar}.$$

- **公理 Q4 (合成系).** $\mathcal{H}$ を状態空間とする系 S_1 と $\mathcal{K}$ を状態空間とする系 S_2 の合成系 $\mathrm{S} = \mathrm{S}_1 + \mathrm{S}_2$ の状態空間はテンソル積 $\mathcal{H} \otimes \mathcal{K}$ で与えられ，S_1 の物理量 A は S_1 の物理量 $A \otimes I$ と同一視され，S_2 の物理量 B は S の物理量 $I \otimes B$ と同一視される.

反復可能性仮説

- **公理 R (反復可能性仮説). ある系における同一の物理量を２回続けて測定すると，２回とも同一の測定値を得る.**

  J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (1932)

- **公理 M (測定公理). 系 S の物理量 A を測定して，測定値 a を得たならば，測定後の系 S の状態は，固有値 a に対する物理量 A の固有状態である.**

- **定理 (von Neumann, 1932). 公理 R と公理 M は同等である.**

近似的反復可能性仮説

- 公理 AR (近似的反復可能性仮説). ある物理量を誤差 ε で測定し，直ちに，同一の物理量の正確な（誤差 0 の）測定を行なうと，２回目の測定値は，１回目の測定値を誤差（二乗平均平方根偏差）ε で再現する.
- 定義: 状態 ρ は，次の条件を満たすとき，a に対する物理量 A の ε-近似的固有状態と呼ばれる.
$$\|A\sqrt{\rho} - a\sqrt{\rho}\|_{HS} \le \varepsilon.$$
- 公理 AM (近似的測定公理). 系 S の物理量 A を誤差 ε で測定して，測定値 a を得たならば，測定後の系 S の状態は，１回目の測定値 a に対する物理量 A の ε-近似的固有状態である.
- 定理. 公理 AR と公理 AM は同等.

M.O. *Current Science* **109**, 2006-2016 (2015).   https://arxiv.org/abs/1507.02010

不確定性原理：Heisenberg の定式化

- **定義.** 二つの物理量 Q, P は次の条件を満たすとき，正準共役と呼ばれる.

$$QP - PQ = i\hbar.$$

- **定理** (公理 Q1–Q3 の下で) (Kennard の不等式).
正準共役な物理量 Q, P の
標準偏差 $\sigma(Q), \sigma(P)$ は次式を満たす.

$$\sigma(Q)\sigma(P) \geq \frac{\hbar}{2}.$$

W. Heisenberg, *Z. Phys.* **43**,172 (1927); E. H. Kennard, **44**, 326 (1927).

- **定理** (公理 Q1–Q3 及び公理 AR の下で)
(Heisenberg のオリジナルな不確定性原理).
正準共役な物理量 Q, P は，それぞれの誤差 $\varepsilon(Q), \varepsilon(P)$ が
次の関係を満たす 限りにおいてのみ同時測定が可能である.

$$\varepsilon(Q)\varepsilon(P) \geq \frac{\hbar}{2}.$$

THE WERNER HEISENBERG ARCHIV AT THE MPI FÜR PHYSIK IN MUNICH

cf. Abstract in W. Heisenberg, *Z. Phys.* **43**,172 (1927). English translation is not reliable.

不確定性原理：Heisenbergの証明

- 証明．Q と P を誤差 $\varepsilon(Q), \varepsilon(P)$ で同時測定し，測定値 q, p を得た直後の状態を ρ とする．公理 AR から, 次の関係を得る．

$$\varepsilon(Q) \geq \|Q\sqrt{\rho} - q\sqrt{\rho}\|_{HS},$$
$$\varepsilon(P) \geq \|P\sqrt{\rho} - p\sqrt{\rho}\|_{HS}.$$

よって，標準偏差の性質から，次の関係を得る．

$$\varepsilon(Q) \geq \|Q\sqrt{\rho} - q\sqrt{\rho}\|_{HS} \geq \|Q\sqrt{\rho} - \langle Q\rangle\sqrt{\rho}\|_{HS} = \sigma(Q),$$
$$\varepsilon(P) \geq \|P\sqrt{\rho} - p\sqrt{\rho}\|_{HS} \geq \|P\sqrt{\rho} - \langle P\rangle\sqrt{\rho}\|_{HS} = \sigma(P).$$

これらを合わせると，Kennard の不等式から次の関係が導かれる．

$$\varepsilon(Q)\varepsilon(P) \geq \sigma(Q)\sigma(P) \geq \frac{\hbar}{2}.$$

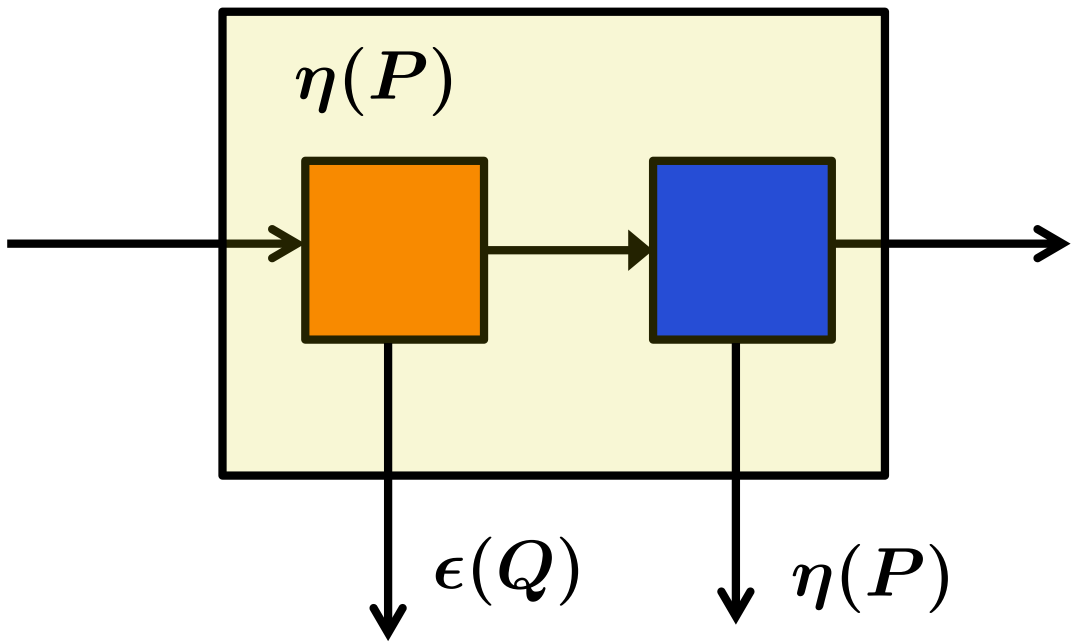
M.O. *Current Science* **109**, 2006-2016 (2015). https://arxiv.org/abs/1507.02010

測定-擾乱関係式

- 測定擾乱同等性原理：状態 ρ で物理量 A を誤差 $\varepsilon(A)$ で測定し，その測定で物理量 B に擾乱 $\eta(B)$ を与え，その直後に，物理量 B を正確に（誤差 0 で）測定することは，状態 ρ で物理量 A と物理量 B をそれぞれ誤差 $\varepsilon(A)$ 及び $\eta(B)$ で同時測定することと同等である．

- この原理によって，同時測定の誤差に関する Heisenberg の不確定性関係から，次の測定と擾乱に関する Heisenberg の不確定性関係が得られると考えられた．

$$\varepsilon(Q)\eta(P) \geq \frac{\hbar}{2}$$



反復可能仮説放棄の提唱

- **Davies-Lewis の提唱（1970）：**

> **反復可能性の概念は，量子力学における決定的な概念の一つである．我々は，これが量子力学のほとんどの公理的取り扱いにおいて暗黙に仮定されているにもかかわらず，この仮定を放棄することによって，測定理論に対するこれまでより極めて柔軟なアプローチが可能になることを示す [p. 239].**

E.B. Davies and J.T. Lewis, CMP 17, 239 (1970)

インストルメント

- 記号：

  $\tau c(\mathcal{H})$=$\mathcal{H}$ 上のトレースクラス作用素の空間.

  $L(\tau c(\mathcal{H}))$=$\tau c(\mathcal{H})$ 上の線形写像の空間.

  $P(\tau c(\mathcal{H}))$=$\tau c(\mathcal{H})$ 上の正値線形写像の空間.

- 定義. ヒルベルト空間 $\mathcal{H}$ に対するインストルメントとは，$P(\tau c(\mathcal{H}))$ に値を持つ R 上の Borel 測度で $\mathcal{I}(\mathrm{R})$ がトレース保存写像であるものである.

- すなわち，$\mathcal{I} : \mathcal{B}(\mathrm{R}) \to L(\tau c(\mathcal{H}))$ がインストルメントであるとは，次の条件が成り立つことである．

  (i) 正値性：任意の $\Delta \in \mathcal{B}(\mathrm{R})$ と状態 ρ に対して，$\mathcal{I}(\Delta)\rho$ は $\mathcal{H}$ 上の正値作用素である．

  (i) 可算加法性：$\Delta_1, \ldots, \Delta_j, \ldots \in \mathcal{B}(\mathrm{R})$ かつ，$j \neq k$ に対して $\Delta_j \cap \Delta_k = \emptyset$ ならば，任意の $\rho \in \tau c(\mathcal{H})$ に対して次式が成り立つ．

$$\mathcal{I}(\textstyle\bigcup_j \Delta_j)\rho = \sum_j \mathcal{I}(\Delta_j)\rho.$$

  (ii) 単位性：任意の $\rho \in \tau c(\mathcal{H})$ に対して次式が成り立つ．

$$\mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\mathrm{R})\rho] = \mathrm{Tr}[\rho]$$

  .

- 定理．写像 $\mathcal{I} : \mathcal{B}(\mathrm{R}) \to L(\tau c(\mathcal{H}))$ がインストルメントであるための必要十分条件は，任意の射影作用素 E と状態 ρ に対して，写像 $\Delta \to \mathrm{Tr}[E(\mathcal{I}(\Delta)\rho)]$ が $\mathcal{B}(\mathrm{R})$ 上の有限測度で，写像 $\Delta \to \mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\Delta)\rho]$ が確率測度となるものである．

測定装置の統計的性質

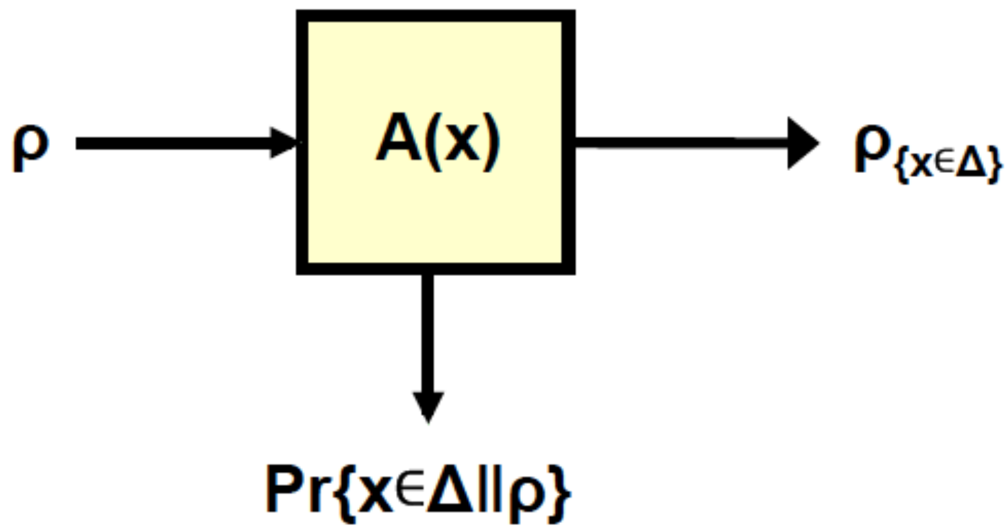
- **定義.** 次の要件 (i), (ii) の組を測定装置 $\mathrm{A(x)}$ の統計的性質と呼ぶ.

(i) 任意の入力状態に対する出力分布

$$\rho \to \mathrm{Pr}\{\mathrm{x} \in \mathbf{\Delta} \| \rho\}$$

(ii) 任意の入力状態と生起可能な測定結果に対する条件付き出力状態

$$\rho \to \rho_{\{\mathrm{x}\in\mathbf{\Delta}\}}$$



Davies-Lewis の仮説

- **Davies-Lewis の仮説．出力変数 x をもつ任意の測定装置 $\mathrm{A(x)}$ に対して，あるインストルメント $\mathcal{I}$ が存在して，測定装置 $\mathrm{A(x)}$ の統計的性質は，インストルメント $\mathcal{I}$ によって，以下のように定まる．**

  (i) 出力分布： $\mathrm{Pr}\{\mathrm{x} \in \Delta \| \rho\} = \mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\Delta)\rho]$.

  (ii) 条件付き出力状態： $\rho_{\{\mathrm{x}\in\Delta\}} = \dfrac{\mathcal{I}(\Delta)\rho}{\mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\Delta)\rho]}$.

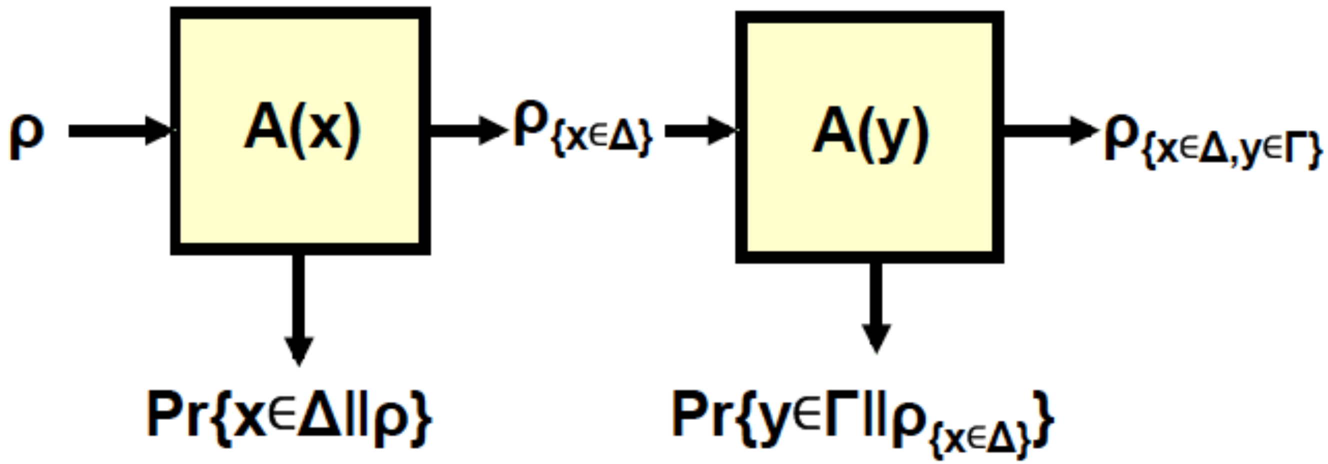
  E.B. Davies and J.T. Lewis, CMP 17, 239 (1970)

- **注意．Davies-Lewis の仮説の下で，測定装置 $\mathrm{A(x)}$ のインストルメント $\mathcal{I}$ は，測定装置 $\mathrm{A(x)}$ の統計的性質によって，次のように定まる．**

$$\mathcal{I}(\Delta)\rho = \mathrm{Pr}\{\mathrm{x} \in \Delta \| \rho\}\rho_{\{\mathrm{x}\in\Delta\}}.$$

- **定義 (結合出力分布).** 任意の装置の順序対 $\mathrm{A}(\mathrm{x}), \mathrm{A}(\mathrm{y})$ に対して，入力状態 ρ に対するそれらの結合出力分布が次式で定義される.

$$
\begin{aligned}
\Pr\{\mathrm{x} \in \boldsymbol{\Delta}, \mathrm{y} \in \boldsymbol{\Gamma} \| \rho\} &= \Pr\{\mathrm{x} \in \boldsymbol{\Delta} \| \rho\} \Pr\{\mathrm{y} \in \boldsymbol{\Gamma} \| \rho_{\{\mathrm{x} \in \boldsymbol{\Delta}\}}\} \\
&= \mathrm{Tr}[\mathcal{I}_{\mathrm{y}}(\boldsymbol{\Gamma}) \mathcal{I}_{\mathrm{x}}(\boldsymbol{\Delta}) \rho].
\end{aligned}
$$



Yuen の測定実現可能性問題

- 1986 年に Yuen は，Davies-Lewis の仮説と量子力学の整合性を問題にし，物理的に実現可能なすべての量子測定を数学的に特徴付けるという問題を提案した.

> 私は，(Davies-Lewis の) オペレーショナル・アプローチはあまりに一般的すぎると信じる—この枠組みで記述される多くの測定は実現可能ではないと信じる．[. . .]

Characterization and Realization of General Quantum Measurements

Horace P. YUEN

Department of Electrical Engineering and Computer Science, Northwestern University, Evanston, Illinois 60201, USA

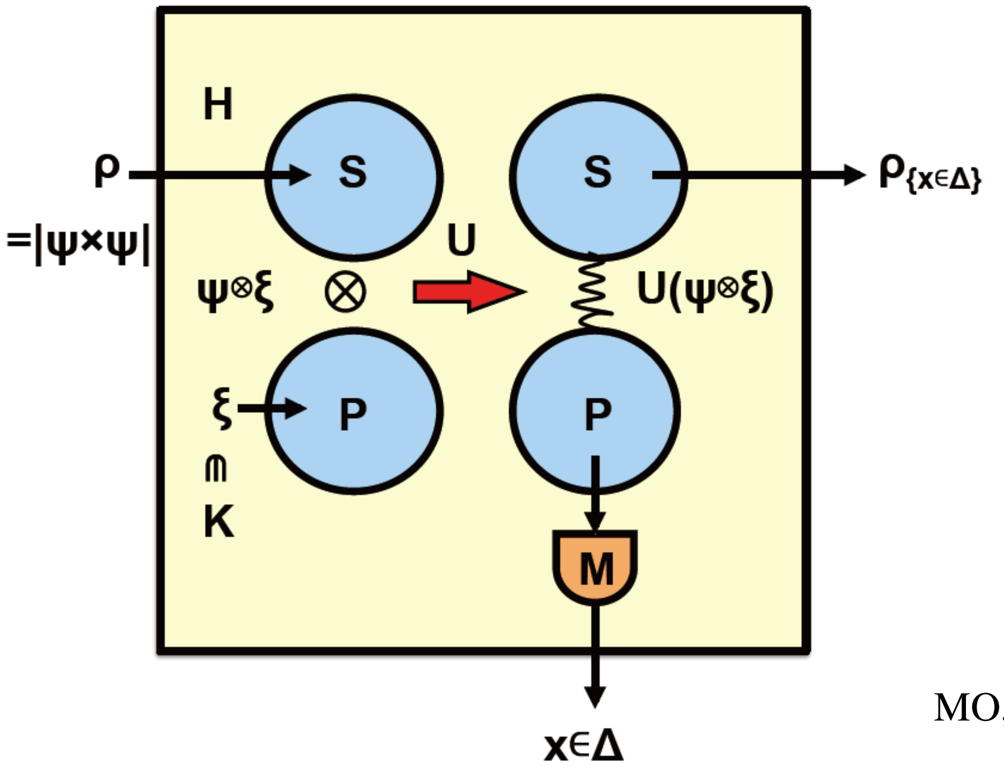
I believe the (Davies-Lewis) operational approach is too general—many measurements within this approach are not realizable . . .

H. P. Yuen, Proc. 2nd Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics (ISQM ‘86), Tokyo, 1986, pp. 360–368.

量子測定の普遍モデル：間接測定モデル

- **定義.** $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$**: 間接測定モデル （または，測定過程 ）** $\Leftrightarrow$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{K} &= \text{Hilbert 空間（プローブ系の状態空間）} \\
\xi &= \mathcal{K}\ \text{に属する単位ベクトル（プローブ系の初期状態）} \\
U &= \mathcal{H} \otimes \mathcal{K}\ \text{上のユニタリ作用素（測定相互作用による時間発展）} \\
M &= \mathcal{K}\ \text{上の自己共役作用素（メーター物理量）}
\end{aligned}
$$



MO, *J. Math. Phys.* **25**, 79 (1984).

間接測定モデルの統計的性質

- 定理. 任意の間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ は，公理 M1–M2 と整合的な次の統計的性質を持つ.

(i) 出力分布： $\mathrm{Pr}\{\mathrm{x} \in \boldsymbol{\Delta} \| \rho\} = \mathrm{Tr}[U(\rho \otimes |\xi\rangle\langle\xi|)U^{\dagger}(I \otimes E^{M}(\boldsymbol{\Delta}))]$.

(ii) 条件付き出力状態： $\rho_{\{\mathrm{x}\in\boldsymbol{\Delta}\}} = \dfrac{\mathrm{Tr}_{\mathcal{K}}[U(\rho \otimes |\xi\rangle\langle\xi|)U^{\dagger}(I \otimes E^{M}(\boldsymbol{\Delta}))]}{\mathrm{Tr}[U(\rho \otimes |\xi\rangle\langle\xi|)U^{\dagger}(I \otimes E^{M}(\boldsymbol{\Delta}))]}$.

- 定理. 任意の間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ は，DL 仮説と整合的な次のインストルメントを定める.

$$\mathcal{I}(\boldsymbol{\Delta})\rho = \mathrm{Tr}_{\mathcal{K}}[U(\rho \otimes |\xi\rangle\langle\xi|)U^{\dagger}(I \otimes E^{M}(\boldsymbol{\Delta}))].$$

MO, *J. Math. Phys.* **25**, 79 (1984).

完全正値インストルメントの実現可能性: Yuen の問題の解決

- 定義．$T \in L(\tau c(\mathcal{H}))$ は，任意の $n = 1, 2, \ldots$ について，$T \otimes \mathrm{id}_n$ が $\tau c(\mathcal{H}) \otimes M_n$ 上の正値写像であるとき，完全正値写像と呼ばれる．ただし，id_n は，n 次の行列環 M_n 上の恒等写像を表わす．

- 定義. インストルメント $\mathcal{I}$ は，任意の $\Delta \in \mathcal{B}(\mathrm{R})$ に対して，$\mathcal{I}(\Delta)$ が完全正値写像であるとき，完全正値インストルメントと呼ばれる．

- 定理 (実現可能性定理). 任意の間接測定モデルによって定まるインストルメントは，完全正値であり，逆にすべての完全正値インストルメントはある間接測定モデルによって定まる．

- 非実現可能なインストルメントの例．T を行列の転置写像，μ を $\mathcal{B}(\mathrm{R})$ 上の確率測度とすると，次式によって完全正値ではないインストルメントが定まる．

$$\mathcal{I}(\Delta)\rho = \mu(\Delta)T(\rho).$$

MO, *J. Math. Phys.* **25**, 79 (1984).

一般測定公理：von Neumann の公理系の完成

- **公理 GM1 (一般測定公理 1). Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ で記述される系 S を測定し，出力変数 x をもつ任意の測定装置 $\mathrm{A(x)}$ に対して，Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ に対する完全正値インストルメント $\mathcal{I}$ が存在して，$\mathrm{A(x)}$ の統計的性質は，次のように表される．**

  (i) 出力分布： $\Pr\{\mathrm{x} \in \Delta \| \rho\} = \mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\Delta)\rho].$

  (ii) 条件付き出力状態： $\rho_{\{\mathrm{x}\in\Delta\}} = \dfrac{\mathcal{I}(\Delta)\rho}{\mathrm{Tr}[\mathcal{I}(\Delta)\rho]}.$

  逆に，任意の完全正値インストルメント $\mathcal{I}$ に対して，ある測定装置 $\mathrm{A(x)}$ が存在して，その統計的性質は，このように定められる．

  MO, *Ann. Phys. (N.Y.)* **311**, 350 (2004).

- **公理 GM2 (一般測定公理 2). Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ で記述される系 S を測定し，出力変数 x をもつ任意の測定装置 $\mathbf{A}(\mathrm{x})$ に対して，Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ に対する間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ が存在して， $\mathbf{A}(\mathrm{x})$ の統計的性質は，次のように表される．**

  (i) 出力分布： $\quad \mathbf{Pr}\{\mathrm{x} \in \boldsymbol{\Delta} \| \boldsymbol{\rho}\} = \mathbf{Tr}[\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\rho} \otimes |\boldsymbol{\xi}\rangle\langle\boldsymbol{\xi}|)\boldsymbol{U}^{\dagger}(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{E}^{M}(\boldsymbol{\Delta}))].$

  (ii) 条件付き出力状態： $\quad \rho_{\{\mathrm{x}\in\Delta\}} = \dfrac{\mathbf{Tr}_{\mathcal{K}}[\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\rho} \otimes |\boldsymbol{\xi}\rangle\langle\boldsymbol{\xi}|)\boldsymbol{U}^{\dagger}(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{E}^{M}(\boldsymbol{\Delta}))]}{\mathbf{Tr}[\boldsymbol{U}(\boldsymbol{\rho} \otimes |\boldsymbol{\xi}\rangle\langle\boldsymbol{\xi}|)\boldsymbol{U}^{\dagger}(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{E}^{M}(\boldsymbol{\Delta}))]}.$

  逆に，任意の測定装置 $\mathbf{A}(\mathrm{x})$ に対して，ある間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ が存在して，その統計的性質は，このように定められる．

- **結論．量子測定の統計的記述（すなわち，測定装置の統計的性質）は,「完全正値インストルメント」，または,「間接測定モデル」によって，ともに完全に記述される．**

  MO, *Ann. Phys. (N.Y.)* **311**, 350 (2004).

不確定性原理と重力波検出プロジェクト

- ハイゼンベルクの不確定関係 **JMR/MDR** が物理学の問題に使われることは **1970** 年代後半までなかった.

  理由：それほど精度の高い測定を実験で実現する技術がなかった.

- **Braginsky-Volontsov-Thorn (1980), Caves, et al. (1980) : MDR⇒SQL**
  - **SQL**（標準量子限界）**:** 自由質点型（干渉計型）重力波検出装置の感度の限界

    $$\mathrm{SQL} = \sqrt{\frac{h\tau}{2\pi m}}$$

  - 当時，重力波検出には，干渉計型と共振器型（調和振動子型）の２つの方式が提案されていたが，不確定性原理に由来する感度限界のない共振器型が優位と見られた.

二つの重力波検出プロジェクト

- 1980, Braginsky, Vorontsov, Thorne, Caves, Drever:干渉計方式には不確定性原理から導かれる標準量子限界(SQL)が存在すると主張, そのような限界を回避できる共振器方式を推進

共振器方式

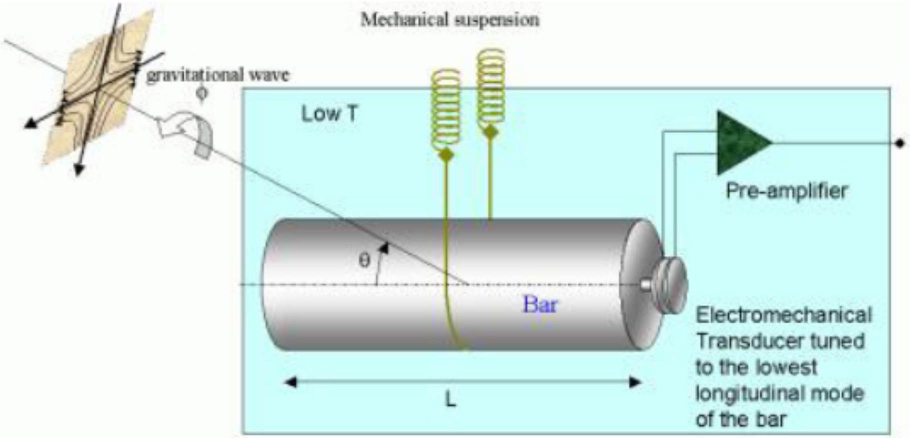
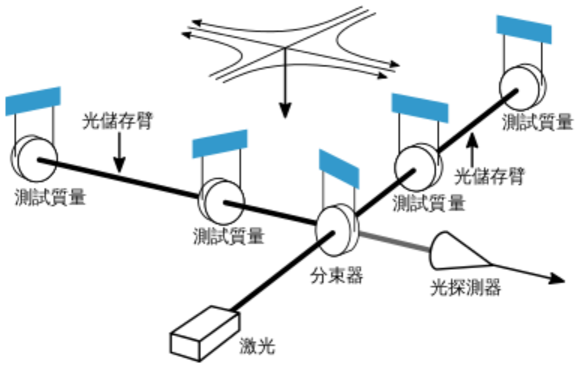


Schéma válcového detektoru gravitačních vln AURIGA.

vs 干渉計方式



「不確定性原理」⇒「優位性：共振器方式≧干渉計方式」

1 August 1980, Volume 209, Number 4456

SCIENCE

Quantum Nondemolition Measurements

Vladimir B. Braginsky, Yuri I. Vorontsov, Kip S. Thorne

Summary. Some future gravitational-wave antennas will be cylinders of mass ~100 kilograms, whose end-to-end vibrations must be measured so accurately (10^{-19} centimeter) that they behave quantum mechanically. Moreover, the vibration amplitude must be measured over and over again without perturbing it (quantum nondemolition measurement). This contrasts with quantum chemistry, quantum optics, or atomic, nuclear, and elementary particle physics, where one usually makes measurements on an ensemble of identical objects and does not care whether any single object is perturbed or destroyed by the measurement. This article describes the new electronic techniques required for quantum nondemolition measurements and the theory underlying them. Quantum nondemolition measurements may find application elsewhere in science and technology.

Reviews of Modern Physics, Vol. 52, No. 2, Part I, April 1980

On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. I. Issues of principle*

Carlton M. Caves, Kip S. Thorne, Ronald W. P. Drever,[†] Vernon D. Sandberg,[‡] and Mark Zimmermann[§]

Gedanken experiments described in the literature suggest a possible limit

$$\text{standard quantum limit:}\quad (\Delta F)_{\min} \simeq (m\hbar/\tau^3)^{1/2} \qquad (3.1)$$

on the accuracy with which one can measure a weak classical force F acting on a free mass m, with a measurement of duration τ.

(3.1) on the force F, to within a factor 2. A laser-interferometer detector for gravitational waves is an example of a system which studies weak classical forces by position measurements, and which is therefore subject to the constraint (3.1); see, e.g., Drever *et al.* (1977) or Edelstein *et al.* (1978). For laser detectors this constraint is a serious potential problem at low gravitational-wave frequencies, $f \lesssim 1$ Hz.

干渉計方式のSQLの存在

重力波検出限界を巡る論争

- 1980, Braginsky et al. : 干渉計型検出方式には，不確定性原理から導かれる標準量子限界が存在すると主張，共振型検出方式を推進
- 1983, Yuen: 標準量子限界の導出を批判，収縮状態測定による標準量子限界の打破を提案
- 1985, Caves: 標準量子限界を改訂，収縮状態測定を疑問視

PHYSICAL REVIEW LETTERS

VOLUME 51 29 AUGUST 1983 NUMBER 9

Contractive States and the Standard Quantum Limit for Monitoring Free-Mass Positions

Horace P. Yuen
Department of Electrical Engineering and Computer Science, Northwestern University, Evanston, Illinois 60201
(Received 27 June 1983)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

VOLUME 54 10 JUNE 1985 NUMBER 23

Defense of the Standard Quantum Limit for Free-Mass Position

Carlton M. Caves
Theoretical Astrophysics, California Institute of Technology, Pasadena, California 91125
(Received 6 April 1984)

H. P. Yuen, Phys. Rev. Lett. **51**, 719 (1983).

K. Wodkiewicz, Phys. Rev. Lett. **52**, 787 (1984); H.P. Yuen, *ibid.* **52**, 788 (1984).

R. Lynch, Phys. Rev. Lett. **52**, 1729 (1984); H.P. Yuen, *ibid.* **52**, 1730 (1984).

R. Lynch, Phys. Rev. Lett. **54**, 1599 (1985).

C. M. Caves, Phys. Rev. Lett. **54**, 2465 (1985).

重力波検出の標準量子限界

- **1980 年， Braginsky, Thorne, Caves 等は，Heisenberg の不確定性原理に基づいて干渉計型重力波検出装置に対する標準量子限界 (SQL) と呼ばれる感度限界を導いて，共振器型重力波検出装置の開発を進めた．**

  V. B. Braginsky, K. S. Thorne et al., *Science* **209**, 547 (1980); C. M. Caves, K. S. Thorne et al., *Rev. Mod. Phys.* **52**, 341 (1980)

- **1983 年, Yuen は，収縮状態測定という位置測定の方法を提案して，これによって SQL が打ち破れると主張した．**

  H. P. Yuen, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 719 (1983).

- **1985 年, Caves は SQL の定式化を改良して新しい導出を示し，また，収縮状態測定の物理的実現可能性を疑問視して，Yuen の議論を批判した．**

  C. M. Caves, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2465 (1985).

- **1988 年，Ozawa は，収縮状態測定のための測定相互作用を発見し，収縮状態測定が物理的実現可能であることが示して，実際に，SQL が打破されることを示した．**

これによって，感度の改良が容易な干渉計型重力波検出装置の優位性が確定した．

MO, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 385 (1988).

PHYSICAL REVIEW LETTERS

VOLUME 60 | 1 FEBRUARY 1988 | NUMBER 5

Measurement Breaking the Standard Quantum Limit for Free-Mass Position

Masanao Ozawa

Department of Mathematics, College of General Education, Nagoya University, Nagoya 464, Japan

(Received 2 July 1987)

An explicit interaction-Hamiltonian realization of a measurement of the free-mass position with the following properties is given: (1) The probability distribution of the readouts is exactly the same as the free-mass position distribution just before the measurement. (2) The measurement leaves the free mass in a contractive state just after the measurement. It is shown that this measurement breaks the standard quantum limit for the free-mass position in the sense sharpened by the recent controversy.

NATURE VOL. 331 18 FEBRUARY 1988 NEWS AND VIEWS 559

Beating the quantum limits (cont'd)

Heisenberg's Uncertainty Principle is for many an irksome constraint on the freedom to make measurements accurately. Can the constraint be overturned?

Ozawa's calculation will undoubtedly lift the spirits of those involved with the design of gravitational wave detectors; it will be Interesting to see where this leads.

[J. Maddox, Nature 331 (1988), 559]

ascendant. But now Masanao Ozawa of Nagoya University has put a cat among the pigeons by specifying a quantum system in which, he says, it is possible to do better than SQL (*Phys. Rev. Lett.* **54**,

ventional position on the SQL. One of the virtues of Ozawa's case is that the quantities arising in his calculations are indeed precisely defined and are related directly to quantities that can be measured. On the

Naturally, Ozawa's conclusion is that such a state of affairs is indeed attainable. The crux of his argument is the construction of a solvable model to represent the interaction between the measuring equipment and the free particle whose position is to be measured, which has the virtue that (regarded as a quantum mechanical hamiltonian) it can be solved exactly. In

- **1994 年, Thorne 等は NSF の研究助成で LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) の建設に取りかかった.**
- **2016 年, LIGO が重力波を検出したと発表した.**
- **2017 年, Weiss, Barish, Thorne の 3 氏が「LIGO 検出器への決定的な貢献と重力波の観測」の業績により、ノーベル賞を受賞.**

LIGO project, http://ligonews.blogspot.com/

誤差の定義

- 間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ と被測定物理量 $A(0) = A \otimes I$ に対して，測定値は $M(\Delta t) = U^{\dagger}(I \otimes M)U$ で表される.
- 状態 ψ において物理量 $M(\Delta t)$ によって物理量 $A(0)$ を測定する場合の二乗平均平方根誤差は，次式で与えられる.

$$\varepsilon(A) = \left\langle \psi \otimes \xi \left| (M(\Delta t) - A(0))^2 \right| \psi \otimes \xi \right\rangle^{1/2}.$$

擾乱の定義

- 間接測定モデル $(\mathcal{K}, \xi, U, M)$ と被測定系 S の物理量 $B(0) = B \otimes I$ 及び ψ $B(\Delta t) = U^{\dagger}(B \otimes I)U$ に対して，入力状態 ψ における二乗平均平方根擾乱は，次式で与えられる.

$$\eta(B) = \left\langle \psi \otimes \xi \left| (B(\Delta t) - B(0))^2 \right| \psi \otimes \xi \right\rangle^{1/2}.$$

MO, *Phys. Rev. A* **67**, 042105 (2003).

位置測定のモデル

- **1988 年までに知られてきた唯一の位置測定のモデル：von Neumann モデル**
- $U = \exp(-i\hbar H_{\mathrm{Neuman}}), \quad H_{\mathrm{Neuman}} = \hat{x}\hat{p}_y.$
- **Heisenberg の誤差・擾乱不確定性関係が成立：** $\varepsilon(\hat{x})\eta(\hat{p}_x) \geq \frac{\hbar}{2}.$
- **1988 年に，第 2 の位置測定モデルである誤差のない収縮状態測定モデルが発見された：**
- $U = \exp(-i\hbar H_{\mathrm{MO}}), \quad H_{\mathrm{MO}} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}\{2(\hat{x}\hat{p}_y - \hat{p}_x\hat{y}) + (\hat{x}\hat{p}_x - \hat{y}\hat{p}_y)\}.$
- **Heisenberg の誤差・擾乱不確定性関係は不成立：** $\varepsilon(\hat{x})\eta(\hat{p}_x) = 0.$

MO, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 385 (1988); *Phys. Lett. A* **299**, 1 (2002).

普遍的不確定性原理

- 定理（小澤の不等式）任意の間接測定モデルと任意の物理量 A, B, 状態 ρ に対して，次式が成り立つ.

$$\varepsilon(A)\varepsilon(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\varepsilon(B) \geq \frac{1}{2}|\mathrm{Tr}([A,B]\rho)|.$$

- $\varepsilon(B) = 0$ ならば,

$$\varepsilon(A)\sigma(B) \geq \frac{1}{2}|\mathrm{Tr}([A,B]\rho)|.$$

- $\sigma(A) \to \infty$ または $\sigma(B) \to \infty$ ならば，$\varepsilon(A) \to 0$ かつ $\varepsilon(B) \to 0$ とすることが可能.

MO, *Phys. Rev. A* **67**, 042105 (2003); IJQI **1**, 569 (2003)

小澤の不等式の発見（2003年）

ハイゼンベルクの不等式（不成立）：QとPは同時に測れない。

$$(\mathrm{H}) \quad \varepsilon(Q)\varepsilon(P) \geq \frac{h}{4\pi}$$

$\varepsilon(Q), \varepsilon(P)$：位置 Q, 運動量 P の測定誤差

$\sigma(Q), \sigma(P)$：位置 Q, 運動量 P の標準偏差

h：プランク定数　$h = 6.626068 \times 10^{-34} m^2 kg/s$

小澤の不等式（成立）：　QとPが同時に測れる場合もある。

$$(\mathrm{O}) \quad \boxed{\varepsilon(Q)\sigma(P) + \sigma(Q)\varepsilon(P) +} \, \varepsilon(Q)\varepsilon(P) \geq \frac{h}{4\pi}$$

小澤の不等式検証実験

- 問題：ハイゼンベルクの不等式は本当に破られるのか。小澤の不等式は本当に正しいのか。これまで、実験で確かめたことはない。
- 困難な理由：プランク定数程度の大きさのエネルギーの差を識別する必要がある。
- 目標：ハイゼンベルクの不等式が不成立、小澤の不等式が成立する状況を突き止める。
- 実験の設定：実験は、A, B　がスピンという物理量の２つの成分（x方向とy方向）の場合について行う。
- ウィーン工科大学原子研究所の長谷川祐司氏と中性子スピン測定における誤差と擾乱を計測する実験を構想。

スピン測定に関する誤差-擾乱関係

- 次の物理量を射影測定する測定装置を考える.

$$\sigma_\phi = \cos\phi\,\sigma_x + \sin\phi\,\sigma_y.$$

- この測定装置のインストルメントは次式で表される.

$$\mathcal{I}(\pm 1)\rho = E^\phi(\pm 1)\rho E^\phi(\pm 1)$$

ただし，$E^\phi(\pm 1) = (1 \pm \sigma_\phi)/2$.

- 状態 $\rho = |\sigma_z = +1\rangle\langle\sigma_z = +1|$ においてこの測定装置で測定するときの $A = \sigma_x$ に関する測定誤差と，$B = \sigma_y$ に関する擾乱を考えると，次の関係を得る.

$$\begin{aligned} \varepsilon(A) &= \|(\sigma_\phi - \sigma_x)\,|\Psi\rangle\,\| = 2\sin\tfrac{\phi}{2}, \\ \eta(B) &= \sqrt{2}\|[\sigma_\phi/2, \sigma_y]\,|\Psi\rangle\,\| = \sqrt{2}\cos\phi. \end{aligned}$$

- すると，$0 \le \phi \le \pi/2$ に対して，次の関係を得る.

$$\epsilon(A)\eta(B) < 1 = \tfrac{1}{2}|\langle\sigma_z = +1|[\sigma_x, \sigma_y]|\sigma_z = 1\rangle|.$$

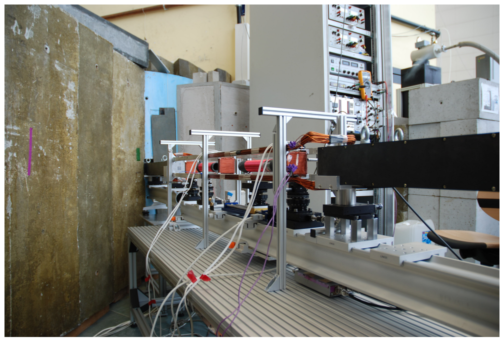
中性子のスピン測定による普遍的不確定性原理の検証

- 長谷川祐司氏の率いるグループによって，ウィーン工科大学の **TRIGA Mark II** 実験炉から取り出した中性子のスピン測定における誤差と擾乱を計測した.

Atom institute at TU Vienna

Research Reactor in Atom Institute , TU Vienna

Polarimeter Beamline



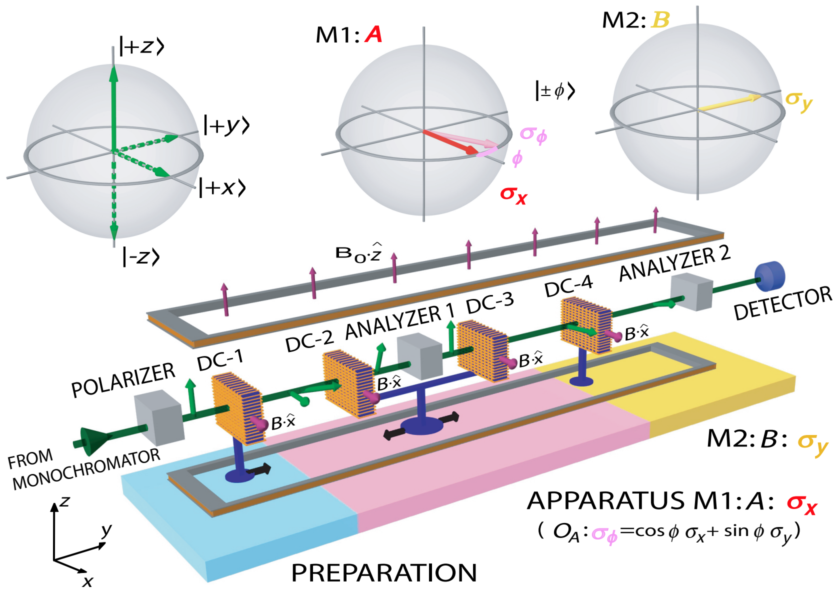
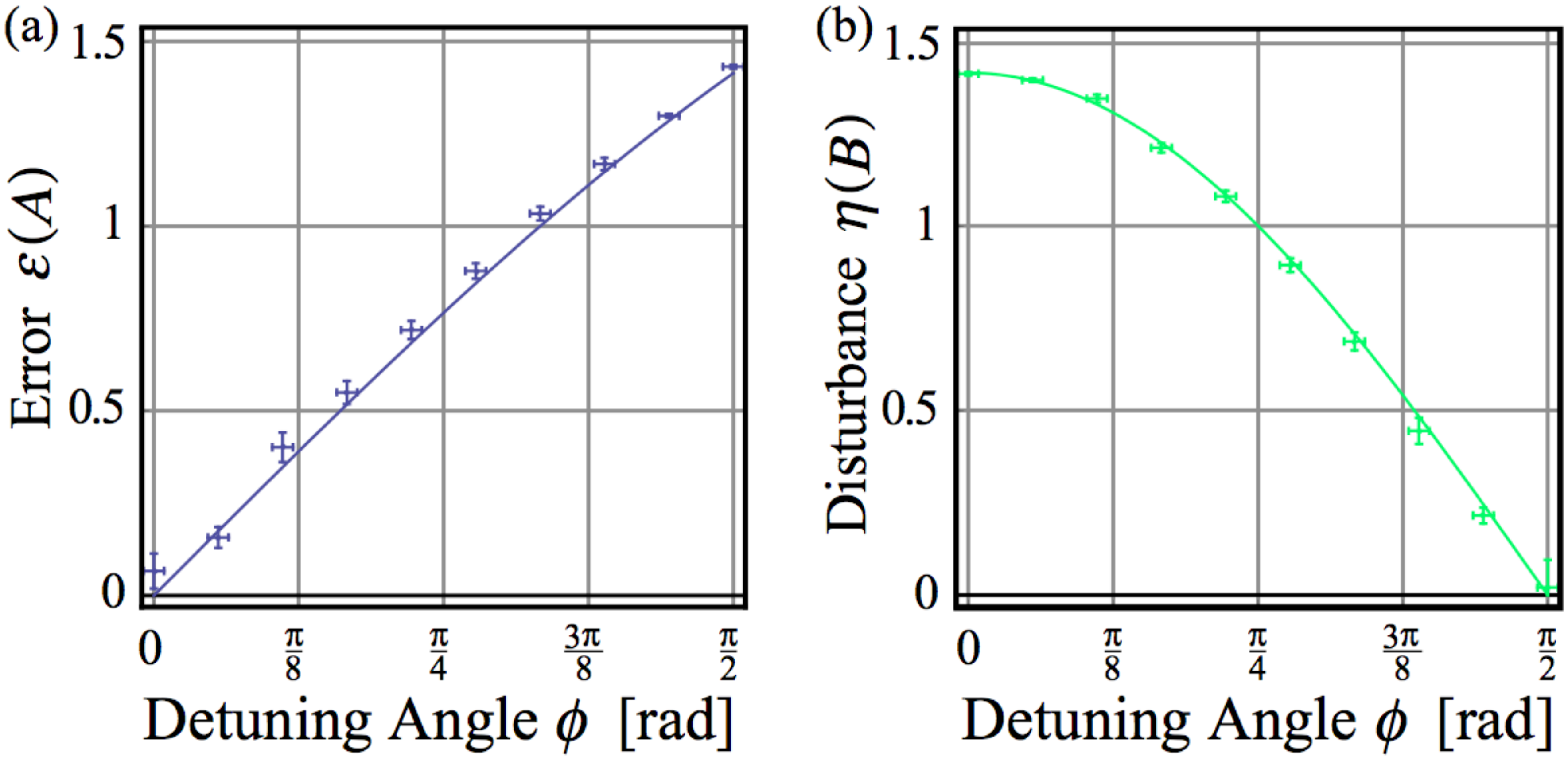


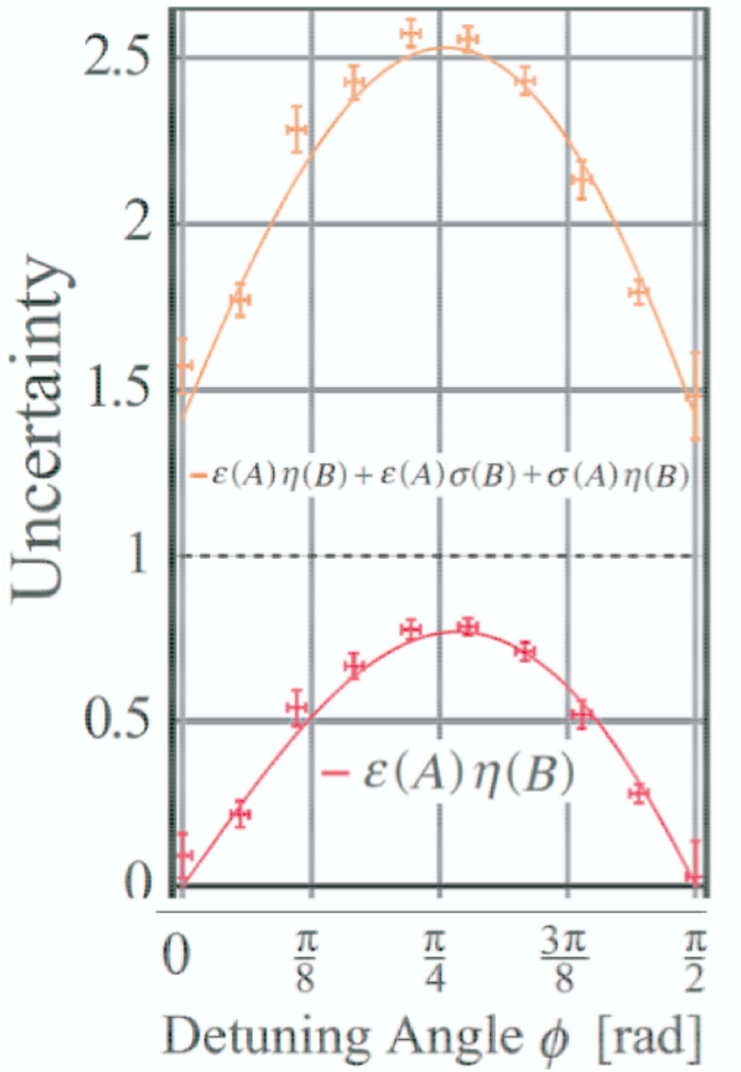
Figure 3: Illustration of the experimental setup for demonstration of the universally valid uncertainty relation for error and disturbance in neutron spin-measurements.

Measured Data



: The trade-off relation between the error and the disturbance.

Comparison Result



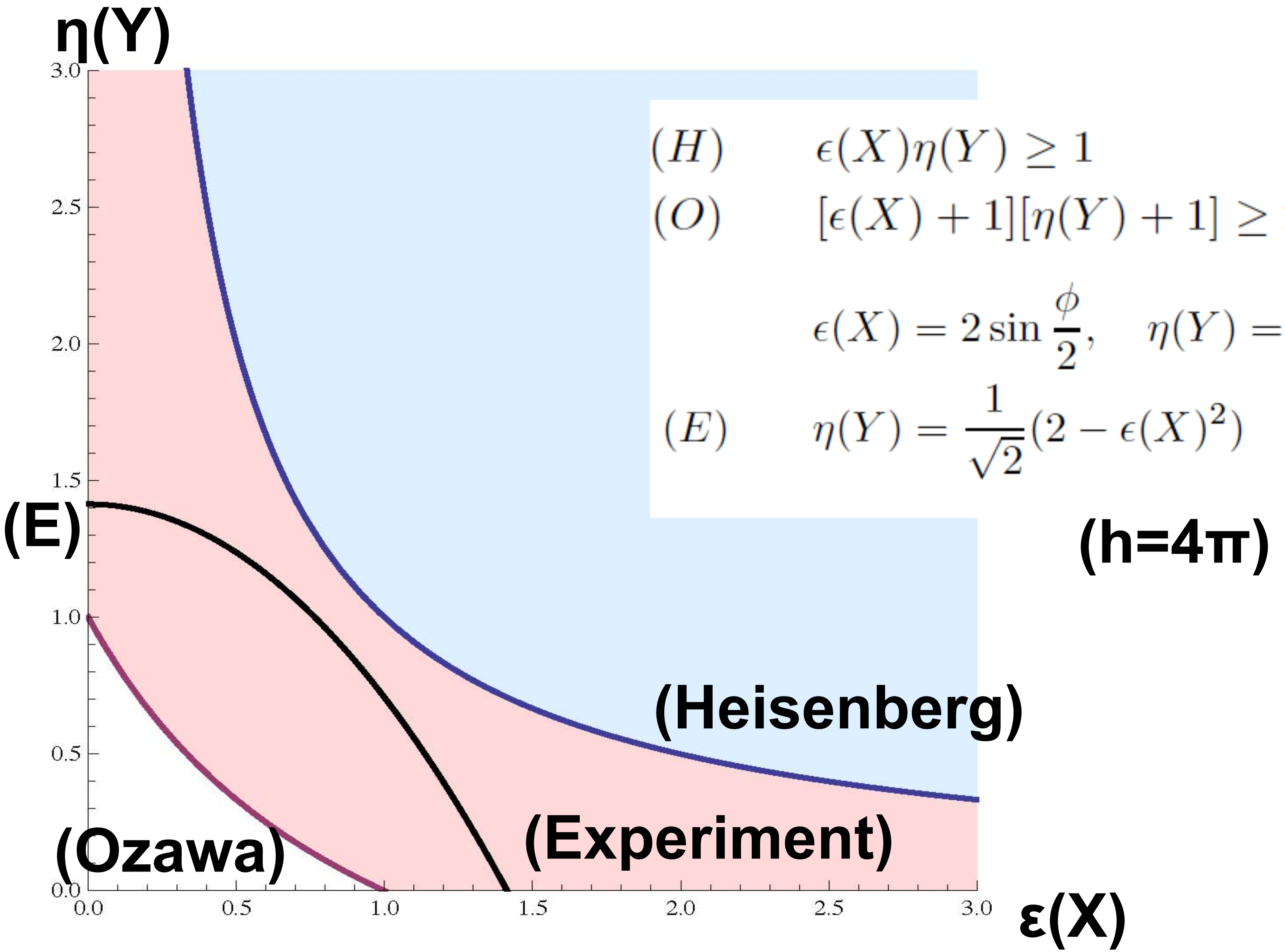
- Ozawa's relation holds:

$$\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq 1$$

- Heisenberg's relation fails:

$$\varepsilon(A)\eta(B) < 1$$

Comparison between admissible regions



$$(H) \qquad \epsilon(X)\eta(Y) \geq 1$$

$$(O) \qquad [\epsilon(X)+1][\eta(Y)+1] \geq 2$$

$$\epsilon(X) = 2\sin\frac{\phi}{2}, \quad \eta(Y) = \sqrt{2}\cos\phi$$

$$(E) \qquad \eta(Y) = \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\epsilon(X)^2)$$

nature physics
LETTERS
PUBLISHED ONLINE: 15 JANUARY 2012 | DOI: 10.1038/NPHYS2194

Experimental demonstration of a universally valid error-disturbance uncertainty relation in spin measurements

Jacqueline Erhart[1], Stephan Sponar[1], Georg Sulyok[1], Gerald Badurek[1], Masanao Ozawa[2] and Yuji Hasegawa[1]*


物理の根幹 新たな数式
不確定性原理 名大教授の予測、実証
小澤正直 名古屋大教授

(朝日1月16日朝刊一面)


小澤流「不確定」仕分け
「ゆらぎ」を別扱い
「原理を鍛える」数式を書き直し
誤差の定義議論に
不確定性のイメージ
波長の短い光・電磁波
波長の長い光・電磁波
二つの不等式
ハイゼンベルク流
$\Delta q \ \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$
小澤流
$\Delta q \ \Delta p + \Delta q \ \sigma_p + \sigma_q \ \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

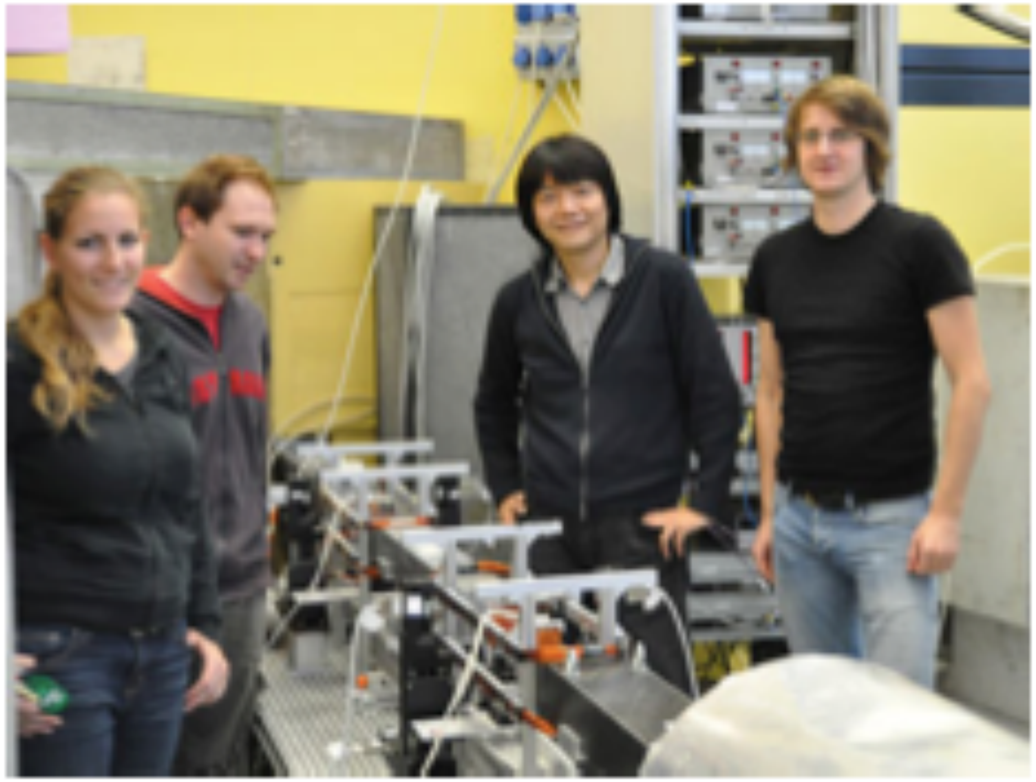
(朝日1月23日朝刊科学面)


スパコン上回る計算機
盗聴されない暗号通信
「不確定性原理」の矛盾実証
次世代技術を後押し
粒子の位置・運動量 同時測定が可能に
小澤の不等式
不確定性を表現する新旧の式
識者のコメント
測定・実験方法 見直しの契機

(日経1月16日朝刊)

Neutrons revive Heisenberg's first take on uncertainty

Jan 20, 2012 5 comments



Yuji Hasegawa and colleagues disturbing a few neutrons

"This is certainly the first experiment to test Ozawa's formulation, so I think this should draw more attention to Ozawa's formulation, and how it is universally valid unlike a naive Heisenberg measurement-disturbance relation," said Howard Wiseman of Griffith University in Australia.

http://physicsworld.com/cws/article/news/48378

Media

SCIENTIFIC AMERICAN™

Permanent Address: http://www.scientificamerican.com/article.cfm?id=common-interpretation-of-heisenbergs-uncertainty-principle-is-proven-false

Common Interpretation of Heisenberg's Uncertainty Principle Is Proved False

A new experiment shows that measuring a quantum system does not necessarily introduce uncertainty

By Geoff Brumfiel | Tuesday, September 11, 2012 | 18 comments

BBC NEWS

SCIENCE & ENVIRONMENT

7 September 2012 Last updated at 16:24 GMT

Heisenberg uncertainty principle stressed in new test

By Jason Palmer
Science and technology reporter, BBC News

Pioneering experiments have cast doubt on a founding idea of the branch of physics called quantum mechanics.

Frankfurter Allgemeine

Quantenphysik

Der große Heisenberg irrte

偉大なハイゼンベルクは間違っていた

17.11.2012 · Werner Heisenberg wollte seine berühmte Unbestimmtheitsbeziehung auch in den Störungen wiedererkennen, die ein Messung verursacht. Diesen Schluss haben kanadische Forscher widerlegt.

Von RAINER SCHARF

Die von Werner Heisenberg 1927 formulierte Unschärfebeziehung ist trotz ihrer Tiefgründigkeit und Abstraktheit das wohl bekannteste Gesetz der Quantenphysik. Sie besagt vereinfacht, dass man nicht gleichzeitig die Geschwindigkeit und den Ort etwa eines Elektrons mit beliebiger Präzision bestimmen kann. Für die Popularität dieses Gesetzes hat vor allem eine ebenfalls von Heisenberg stammende bildhafte Erläuterung

Werner Heisenberg und seine Unschärferelation sind sogar auf einer Briefmarke verewigt

2003年、名古屋大学の小澤正直は、ハイゼンベルクが信じていたほど状況は単純ではないと疑った。

小澤が疑ったことは、トロント大学のAephraim Steinberg周辺の物理学者によって実験的に確認されました。

平均擾乱と測定誤差は、小澤正直が設定した不等式を満たしていました。

Unschärfebeziehung in Einklang steht. Dass die Sachlage nicht so ganz einfach ist, wie Heisenberg glaubte, vermutete im Jahr 2003 bereits Masanao Ozawa von der Universität Nagoya.

Was Ozawa vermutete, haben die Physiker um Aephraim Steinberg von der University of Toronto jetzt experimentell bestätigt.

Unschärferelation hier anwenden. Doch das ist offensichtlich nicht der Fall. Vielmehr erfüllten die gemittelte Störung und die Unschärfe der Messergebnisse jene Ungleichung, die Masanao Ozawa aufgestellt hatte.

はじめに

- 量子コンピュータが現れて，「量子性」を利用することで，これまでより効率の高い「計算」が可能であることが知られるようになった．
- そこで，人間の脳や心にも「量子性」があるのかという疑問が持たれるようになった．
- 本講演では，「質問順序効果」という心理学の分野でよく知られた現象が，心に「量子性」がある証拠なのかという問題を考えてみる．

標準古典結合確率

- 確率空間 (Ω, P) 上の A, B という二つの確率変数を続けて測定して，$A = a$, $B = b$ という結果を得る確率は,

$$\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \sum\{P(\omega) \mid A(\omega) = a, B(\omega) = b\}$$

と定義される．$\Pr\{A = a, B = b, A = c \| P\}$ も同様に定義される.

- これは，次の性質を持っている.

(1) （A-A 再現性）$a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$.

(2) （A-B 質問可換性）$\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \Pr\{B = b, A = a \| P\}$.

(3) （A-B-A 再現性）$a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, B = b, A = a' \| P\} = 0$.

質問順序効果：クリントン-ゴア実験

- 米国の世論調査のデータ解析から，次のような興味深い事実が認められた．
- 以下の二つの質問を考える．

  C: 一般にクリントンは正直で信頼がおける人物であると考えますか．

  G: 一般にゴアは正直で信頼がおける人物であると考えますか．

  A を質問 C の回答が "yes"なら y (1),"no" なら n (0) をとる確率変数とし，

  B を質問 G の回答が "yes"なら y (1),"no" なら n (0) をとる確率変数とする．
- 質問の順序と回答の統計に関して，つぎのような関係が認められた．

  (1) （A-A 再現性）$a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$.

  (2) （A-B 質問順序効果）$\Pr\{A = a, B = b \| P\} \neq \Pr\{B = b, A = a \| P\}$.

質問順序効果：クリントンとゴアに関する世論調査

クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	48.99	4.47
クリントン-NO	17.67	28.86

ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	56.25	2.55
クリントン-NO	19.91	21.30

順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	+7.26	-1.92
クリントン-NO	+2.24	-7.56

表 1: 質問の順序効果. 1997 年に行なわれた米国のギャラップ世論調査のデータから，次のような興味深い事実が認められた。以下の二つの質問を考える。C: クリントンは正直で信頼がおける人物と考えられるか。G: ゴアは正直で信頼がおける人物と考えられるか。上段は質問 C⇒ 質問 G の順序で質問した場合、中段は質問 G⇒ 質問 C の順序で質問した場合の回答の頻度を表わし、下段は両者の差を表わす。このように世論調査の結果は質問の順序に影響を受ける 。

[D. W. Moore, Public Opin. Q. 66, 80 (2002)]

標準量子結合確率

- つまり，クリントン-ゴア実験の統計は，標準古典結合確率の性質のうち，再現性を満たすが，質問可換性を満たさない．
- 質問可換性を満たさない結合確率の例として，量子力学の標準的な結合確率である射影測定の結合確率を適用することが考えられた．
- これは，A, B を自己共役行列，P を単位ベクトルに対応させて，

$$\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \|E^B(b)E^A(a)P\|^2$$

と定義される．ただし，$E^A(a)$ は行列 A の固有値 a に属する固有空間への射影行列を表す．

可換性と量子結合確率

- 確率変数 A, B を量子物理量と考えた場合，その標準結合確率は A, B の可換性に応じて，次の性質をもつ.
- A, B が可換つまり $AB = BA$ のとき，これは次の性質を持つ.

(1) （A-A 再現性）$a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$.

(2) （A-B 質問可換性）$\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \Pr\{B = b, A = a \| P\}$.

つまり，古典標準結合確率と同等になり，非可換性を持たないので，クリントン-ゴア実験を説明できない.

非可換性と量子結合確率

- A, B が非可換つまり $AB \neq BA$ のとき，これは次の性質を持つ．

  (1) （A-A 再現性）$a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$.

  (2) （A-B 質問順序効果）$\Pr\{A = a, B = b \| P\} \neq \Pr\{B = b, A = a \| P\}$.

  これは，クリントン-ゴア実験と再現性，順序効果を共有している．

クリントン-ゴア実験の量子モデル

- **Wang-Busemeyer** は，偏光板の間の角度を適切に調整した偏光測定のモデルでクリントン-ゴア実験の統計を説明した.

A Quantum Question Order Model Supported by Empirical Tests of an *A Priori* and Precise Prediction

Zheng Wang,[a] Jerome R. Busemeyer[b]

[a]*School of Communication, Center for Cognitive and Brain Sciences, The Ohio State University*
[b]*Department of Psychological and Brain Sciences, Indiana University*

Topics in Cognitive Sciences 5 (2013) 689–710

ISSN:1756-8757 print / 1756-8765 online
DOI: 10.1111/tops.12040

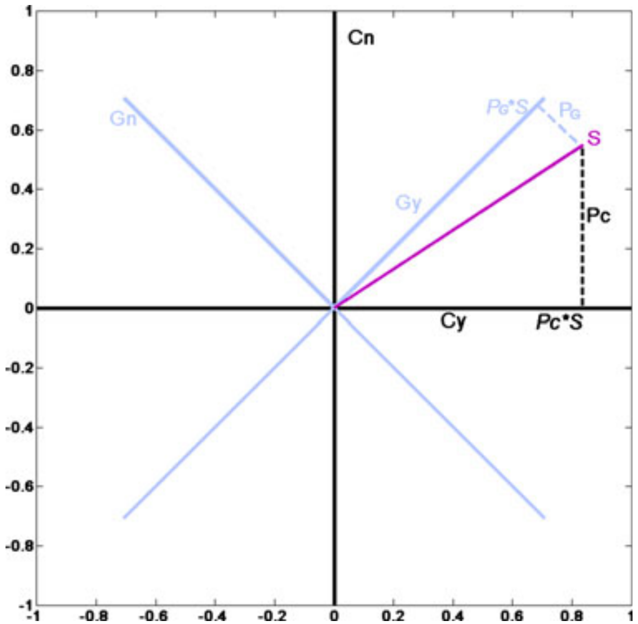


Fig. 1. A two-dimensional example of the quantum model of question order effects.

量子モデルと A-B-A 再現性

- **Khrennikov** 等は，**Wang-Busemeyer** の量子モデルでは，A-B-A 再現性が成立しないことを議論し，A-B-A 再現性が A と B の非可換性と両立しないことを示した．

  Khrennikov, A., Basieva, I., Dzhafarov, E. N., Busemeyer, J. R. (2014). Quantum models for psychological measurements: An unsolved problem. PLOS ONE, 9, Article e110909.

- 通常の実験条件では，A-B-A 再現性が成立すると考えられるので，A-B-A 再現性と A-B 順序効果をともに満たすモデルが可能かどうかが問題とされた．

問題の解決に向けて

- 以上のように，クリントン-ゴア実験の統計を量子力学をもちいて説明する試みは，これまで成功していないため，重要な未解決問題と考えられてきた．
- Khrennikov 氏との共同研究では，この問題を量子インストルメント理論を用いて解決した．基本的なアイディアは以下の通りである．

(i) それぞれの測定は，A-A 再現性を持つ測定とする．

(ii) 量子インストルメントの一般論から，質問 A, B は可換な量子物理量でないと A-B-A 再現性を満たさないことが導かれるので，A, B を可換な物理量とする．

(iii) 量子インストルメント理論を用いると，量子物理量の A-A 再現性を持つ測定で射影測定とは異なるものが存在する．そのような量子インストルメントによって A, B が可換であるにも関わらず，結合確率が A-B 質問順序効果を示すものを構成した．

(iv) そのようにして構成した量子インストルメントのパラメータを調整して，実際の クリントン-ゴア実験のデータを忠実に再現できることを示した．

ベイズ更新と条件付き確率分布

- 標準古典結合確率分布 $\Pr\{A=a, B=b|P\}$ は，ベイズ更新のルールを用いて説明することができる．

- 先立つ A の測定結果 $A=a$ に条件付けられた B の条件付き確率分布は，$\Pr\{A=a|P\}>0$. ならば，次のように与えられる．

$$P_{\{A=a\}}(\omega)=\frac{\chi_{A^{-1}(a)}(\omega)P(\omega)}{\sum_{\omega\in\Omega}\chi_{A^{-1}(a)}(\omega)P(\omega)}.$$

- これを用いて，次が成り立つ．

$$\Pr\{A=a, B=b|P\}=\Pr\{A=a|P\}\Pr\{B=b|P_{\{A=a\}}\}.$$

- 従って，A と B の結合確率分布は，ベイズ更新のルールに従って，A の測定後に標本空間の確率分布を条件付き確率分布 $P_{\{A=a\}}$ に更新したと見なすことができる．

動的ベイズ更新規則

- インストルメント理論を古典的な確率論に応用することができる．例えば，クリントン-ゴア実験の場合，標本空間を被験者の心 (信念) の状態とし，質問 A, B に対する回答の結合確率分布は，この信念の確率分布 P に依存すると考えられるので，それを
$$\Pr\{A = a, B = b|P\}$$
とする．ただし，古典標準結合確率分布の公式は破棄する．

- すると，ベイズ更新と同様に，質問 A に答えた後，その回答 $A = a$ に依存して，被験者の心の状態が変化して，標本空間の確率測度が P から $P_{\{A=a\}}$ に変化したとすれば，結合確率は
$$\Pr\{A = a, B = b|P\} = \Pr\{A = a|P\}\Pr\{B = b|P_{\{A=a\}}\}$$
と表すことができる．

インストルメント理論による動的ベイズ更新規則

- この方法に関して，次のことが問題となる.

(i) 一般にどのような確率分布の変化 $P \mapsto P_{\{A=a\}}$ が可能か.

(ii) 順序効果と再現性を両立できるか.

(ii) この方法で，クリントン-ゴア実験の結合確率分布を再現できるか.

これらの問題を以下の論文で解決することができた.

Journal of Mathematical Psychology 100 (2021) 102491

ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp

Modeling combination of question order effect, response replicability effect, and QQ-equality with quantum instruments

Check for updates

Masanao Ozawa [a,b], Andrei Khrennikov [c,*]

[a] College of Engineering, Chubu University, 1200 Matsumoto-cho, Kasugai 487-8501, Japan
[b] Graduate School of Informatics, Nagoya University, Chikusa-ku, Nagoya 464-8601, Japan
[c] Linnaeus University, International Center for Mathematical Modeling in Physics and Cognitive Sciences Växjö, SE 351 95, Sweden

量子インストルメントモデルによるデータの再現：

クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	48.89/48.99	4.50/4.47
クリントン-NO	17.80/17.67	28.81/28.86

ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	56.37/56.25	2.53/2.55
クリントン-NO	19.77/19.91	21.33/21.30

脱順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	51.84	1.55
クリントン-NO	24.29	22.33

表 2: 量子インストルメントモデルによるデータの再現. 上段は質問 C⇒ 質問 G の順序で質問した場合、中段は質問 G⇒ 質問 C の順序で質問した場合の回答の頻度を量子インストルメントモデルで再現し，モデル値/データ値で示した。下段は、量子インストルメントモデルによって推定された、順序効果がないとした場合の回答頻度。Pr(C=no,G=yes)=24.29 は、いずれの順序での回答より高く，Pr(C=yse,G=no)=1.55 は、いずれの順序での回答より低い。よって、それぞれの順序による回答頻度を平均化することによっては、順序効果を補正することはできない。

[M. Ozawa, A. Khrennikov, J. Math. Psycol. 100, 102491 (2021)]

結論

- A-B-A再現性が成立すると仮定すると，心の不確定性，すなわち，A-B質問順序効果は，心の量子性，すなわち，AとBの非可換性に由来するのではなく，信念の事後確率をベイズ更新とは異なる規則に従って更新していることに由来する.

- 心の量子性（AとBの非可換性）が正しいとすると，質問の前に信念は存在せず，質問の回答に従って，信念が生まれることになるが，この研究から，そうではなく，質問の前に信念は存在するが，一定の傾向に従って，質問の回答に依存して変化することが導かれる.

- つまり，A-B-A再現性は信念の存在を保証し，A-B質問順序効果は，質問に回答する過程で信念が変化することを示している.

今後の研究課題

- 世論調査や広告の分野におけるQOE（質問順序効果）とRRE（回答再現効果）などの実証
- 量子インストルメントモデルによるQOEとRREなどの効果の解明
- 意思決定におけるQOEなどの効果のAIによるシミュレーション
- アンケート調査におけるQOEによるバイアスの除去
- 広告におけるQOEの活用

将来展望

- 新しい物理学と量子技術への応用
  - 量子インストルメント理論による量子情報科学の発展
  - 新しい量子不確定性制御の展開
    - 測定誤差と擾乱の計測による新しい科学・技術の可能性
    - 超精密測定技術＝重力波検出，ナノサイエンス，GPS等
    - 量子情報技術=量子暗号・量子計算
- 心理学・認知科学・AIへの応用：
  - 状態の揺らぎや不安定性と観測に由来する不確定性
  - 人間の知覚-認識モデルと量子インストルメント理論の親和性
  - 世論調査におけるバイアスや広告効果の解明
  - AIによる認知バイアスの再現ー官能試験の自動化
- 新しい数学：
  - 問題解決のために広い数学分野を横断
  - 経験科学の方法を理解し理論構築から実験的検証までをフォロー
  - 新しいタイプの応用数学者の養成（AI数理データサイエンスセンター）

最後に、

量子と情報
——量子の実在と不確定性原理
小澤正直
量子と情報 —量子の実在と不確定性原理— 単行本（ソフトカバー） – 2018/11/9
小澤正直 (著)
2件のカスタマーレビュー
ベストセラー1位 - カテゴリ 量子物理学
その他（2）の形式およびエディションを表示する
Kindle版
¥ 2,000
単行本（ソフトカ
¥ 2,160