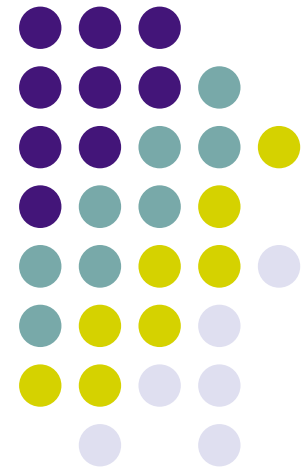


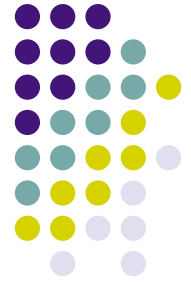
城西大学 講演会（水田三喜男記念館 講堂, 2022年11月25日）

不確定性原理と心の量子性

中部大学
AI数理データサイエンスセンター
創発学術院

小澤 正直





古典力学の世界: 決定論的世界観

- 力学は、何のためか？ 未来予知のため
 - 天体の力学 $\Rightarrow$ 暦の作成 $\Rightarrow$ 農業の成立
- ニュートンの運動方程式: $f = m\alpha$
- 力学的状態 = 位置と速度 (運動方程式の初期条件)
- 決定論的世界観
 - 力と位置と速度 (運動量) で未来が決定
 - ラプラスの悪魔

もしも、ある瞬間における全ての物質の力学的状態と力を知ることができ、それらのデータを解析できるだけの能力の知性が存在するとすれば、この知性にとっては、不確実なことは何もなくなくなり、その目には未来も過去同様に全て見えているであろう。

(ラプラス 『確率の解析的理論』[1812年](#))

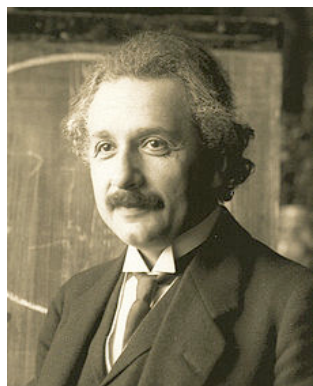


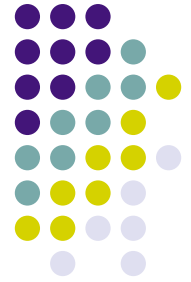
courtesy of the Académie des Sciences, Paris



量子力学の発見

- ◆ 社会的背景：鉄鉱業—溶鉱炉の温度制御
- 1900 年：プランク（1858生,1918受賞,1947没）の量子仮説
- 1905 年：アインシュタイン（1879生,1921受賞,1955没）の光電効果
- 1925 年：ハイゼンベルク（1901生,1932受賞,1976没）の行列力学
- 1926 年：シュレーディンガー（1887生,1933受賞,1961没）の波動力学
- 1927 年：ハイゼンベルクの不確定性原理





量子力学の世界：非決定論的世界観

- エネルギーの量子性：プランクの量子仮説（エネルギーは飛び飛びの値をとる）
- 非可換性：ハイゼンベルクの行列力学（物理量は行列）
- ハイゼンベルクの交換関係： $QP - PQ = h/(2\pi i)$ （位置Qと運動量Pは非可換）
- 不確定性原理：位置と運動量を同時に測定して決めることはできない。（非可換性の物理的意味）
- 非決定論的世界観：位置と運動量を同時に決定できない。

Heisenberg の不確定性原理

- 1925 年：Heisenberg の行列力学
- Heisenberg の交換関係

$$PQ - QP = \frac{h}{2\pi i}$$

- 1927 年：Heisenberg の不確定性原理

$$\epsilon(Q)\eta(P) \geq \frac{h}{4\pi}.$$

ここで、 $\epsilon(Q)$ =位置測定の平均的誤差， $\eta(P)$ = 運動量の平均的擾乱．

- 有名な『ガンマ線顕微鏡の思考実験』に基づいて『不確定性原理』を導入し，それが交換関係の帰結であることを示す数学的証明を試みた．

W. Heisenberg, *Z. Phys.* **43**,172 (1927).



不確定性原理の草稿 ハイゼンベルクが不確定性原理を導くために用いたガンマ線顕微鏡の思考実験を記した手書きの草稿。

(日経サイエンス 2007.4)



量子インストルメント理論による量子力学の公理化 (ヒルベルトの第6問題) (1984年)



- 量子力学の公理化＝ヒルベルトの第6問題
 - 1932年, フォン・ノイマンの『量子力学の数学的基礎』
 - 「量子測定理論」は未完のまま残された
 - 精密な実験技術がなかった—思考実験
- 1960年代初頭のレーザーの発見＝量子情報技術の可能性
 - 精密測定技術, 光通信, 重力波検出実験
 - 「量子測定理論」の構築＝科学技術上の要請
- 「量子測定理論」の公理化
 - 1984年「量子インストルメント」の数学理論
 - M. Ozawa, “Quantum measuring processes of continuous observables,” J. Math. Phys. 25, 79–87 (1984).
 - 量子測定の問題の数学的特徴づけ
 - 1986年のユエンの問題「量子測定を数学的に特徴付けよ」を先立って解決



重力波検出限界を巡る論争の解決（1988年）

- 1980, Braginsky et al. : 干渉計型検出方式には、不確定性原理から導かれる標準量子限界が存在すると主張、共振型検出方式を推進
- 1983, Yuen: 標準量子限界の導出を批判、収縮状態測定による標準量子限界の打破を提案
- 1985, Caves: 標準量子限界を改訂、収縮状態測定を疑問視
- 1988, Ozawa: 標準量子限界を打破する測定法を発見＝論争を解決
 - Nature 誌 News and Views で報道
 - 1994年から干渉計型LIGOの建設が始まった.
- 2015, LIGOによる重力波の初観測





Beating the quantum limits (cont'd)

Heisenberg's Uncertainty Principle is for many an irksome constraint on the freedom to make measurements accurately. Can the constraint be overturned?

Ozawa's calculation will undoubtedly lift the spirits of those involved with the design of gravitational wave detectors; it will be interesting to see where this leads.

ascendant. But now Masanao Ozawa of Nagoya University has put a cat among the pigeons by specifying a quantum system in which, he says, it is possible to do better than SQL (*Phys. Rev. Lett.* **54**,

ventional position on the SQL. One of the virtues of Ozawa's case is that the quantities arising in his calculations are indeed precisely defined and are related directly to quantities that can be measured. On the

Naturally, Ozawa's conclusion is that such a state of affairs is indeed attainable. The crux of his argument is the construction of a solvable model to represent the interaction between the measuring equipment and the free particle whose position is to be measured, which has the virtue that (regarded as a quantum mechanical hamiltonian) it can be solved exactly. In

[J. Maddox, *Nature* 331 (1988), 559]

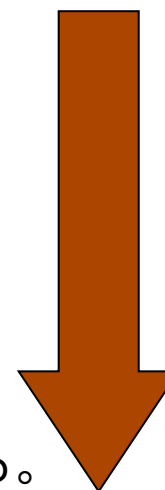


小澤の不等式の発見（2003年）

ハイゼンベルクの不等式（不成立）： Q と P は同時に測れない。

$$(H) \quad \varepsilon(Q)\varepsilon(P) \geq \frac{h}{4\pi}$$

$\varepsilon(Q), \varepsilon(P)$: 位置 Q , 運動量 P の測定誤差
 $\sigma(Q), \sigma(P)$: 位置 Q , 運動量 P の標準偏差
 h : プランク定数 $h = 6.626068 \times 10^{-34} m^2 kg/s$

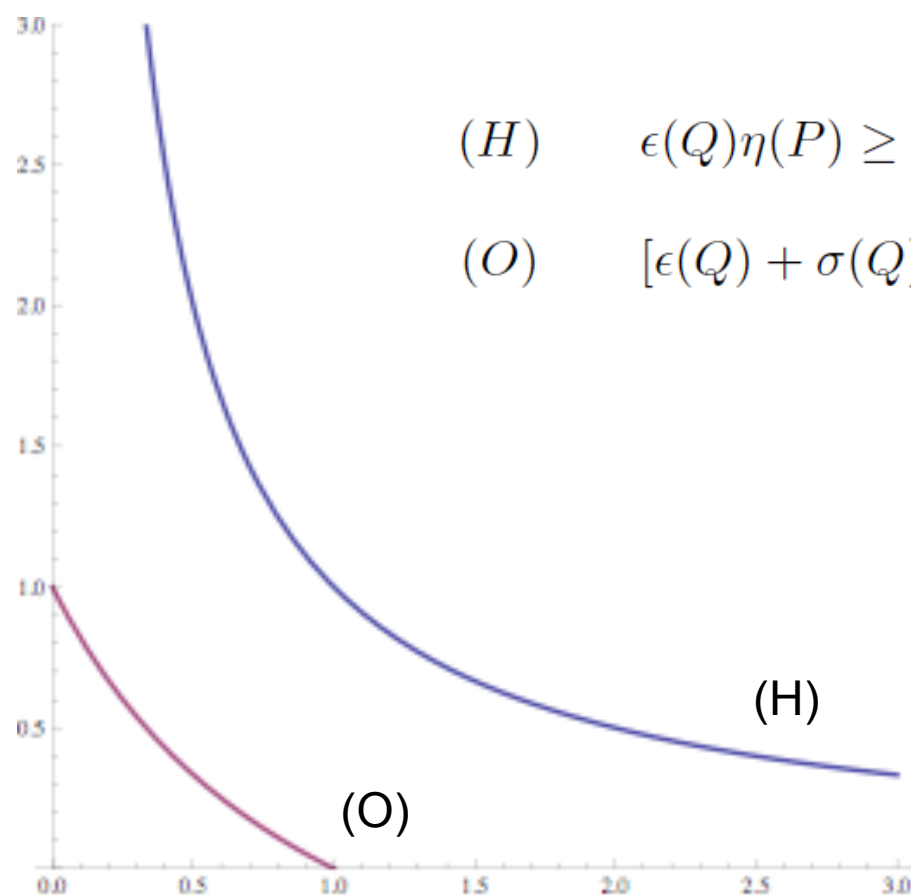


小澤の不等式（成立）： Q と P が同時に測れる場合もある。

$$(O) \quad \boxed{\varepsilon(Q)\sigma(P) + \sigma(Q)\varepsilon(P) + \varepsilon(Q)\varepsilon(P)} \geq \frac{h}{4\pi}$$



小澤の不等式とハイゼンベルクの不等式の比較



$$(H) \quad \epsilon(Q)\eta(P) \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$(O) \quad [\epsilon(Q) + \sigma(Q)][\eta(P) + \sigma(P)] \geq \frac{h}{4\pi} + \sigma(Q)\sigma(P)$$



小澤の不等式検証実験 (2012年)

- 問題：ハイゼンベルクの不等式は本当に破られるのか。小澤の不等式は本当に正しいのか。これまで、実験で確かめたことはない。
- 困難な理由：プランク定数程度の大きさのエネルギーの差を識別する必要がある。
- 目標：ハイゼンベルクの不等式が不成立、小澤の不等式が成立する状況を突き止める。
- 実験の設定：実験は、 Q, P がスピンという物理量の2つの成分（ x 方向と y 方向）の場合について行う。
- ウィーン工科大学原子研究所の長谷川祐司氏と中性子スピン測定における誤差と擾乱を計測する実験を構想。

小澤の不等式検証実験

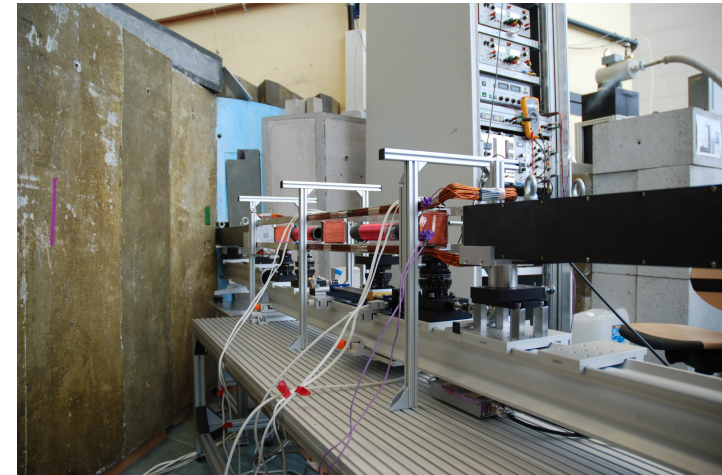
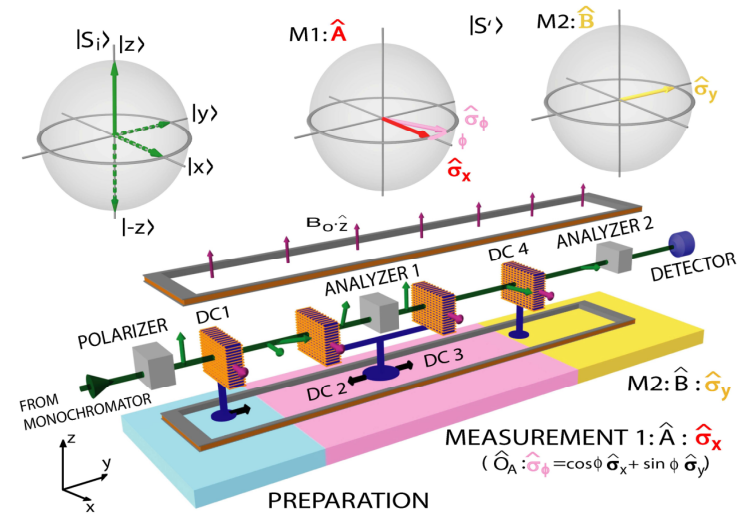


図3 小澤の不等式の検証実験の配置. 入射中性子は, (1) 状態生成[青の領域], (2) 前段の測定($A=\sigma_x$)[ピンクの領域], (3) 後段の測定($B=\sigma_y$)[黄色の領域]を通過する.

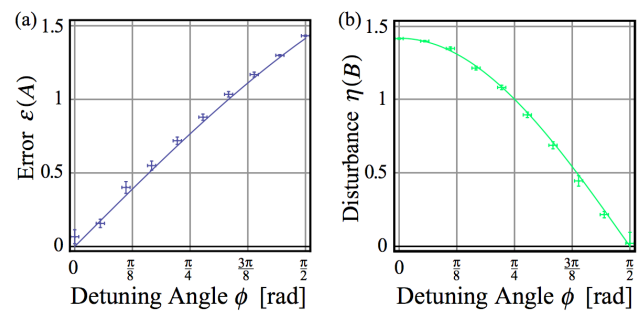
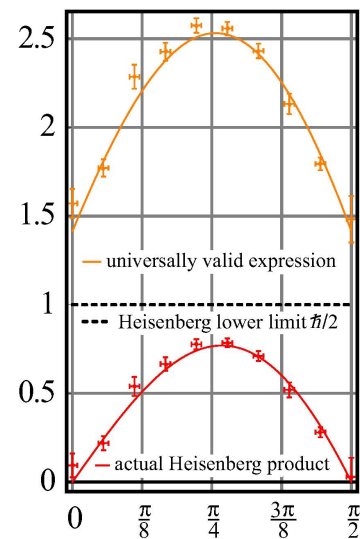
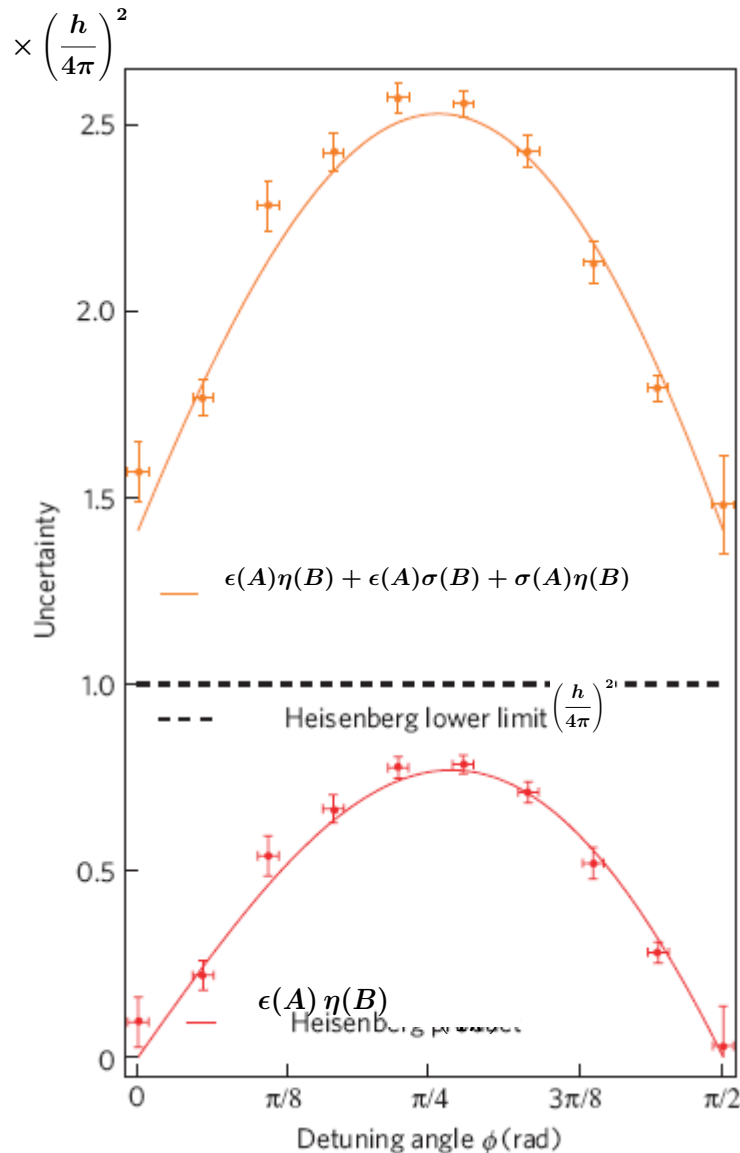


図4: The trade-off relation between the error and the disturbance.



小澤の不等式とハイゼンベルクの不等式の対照結果



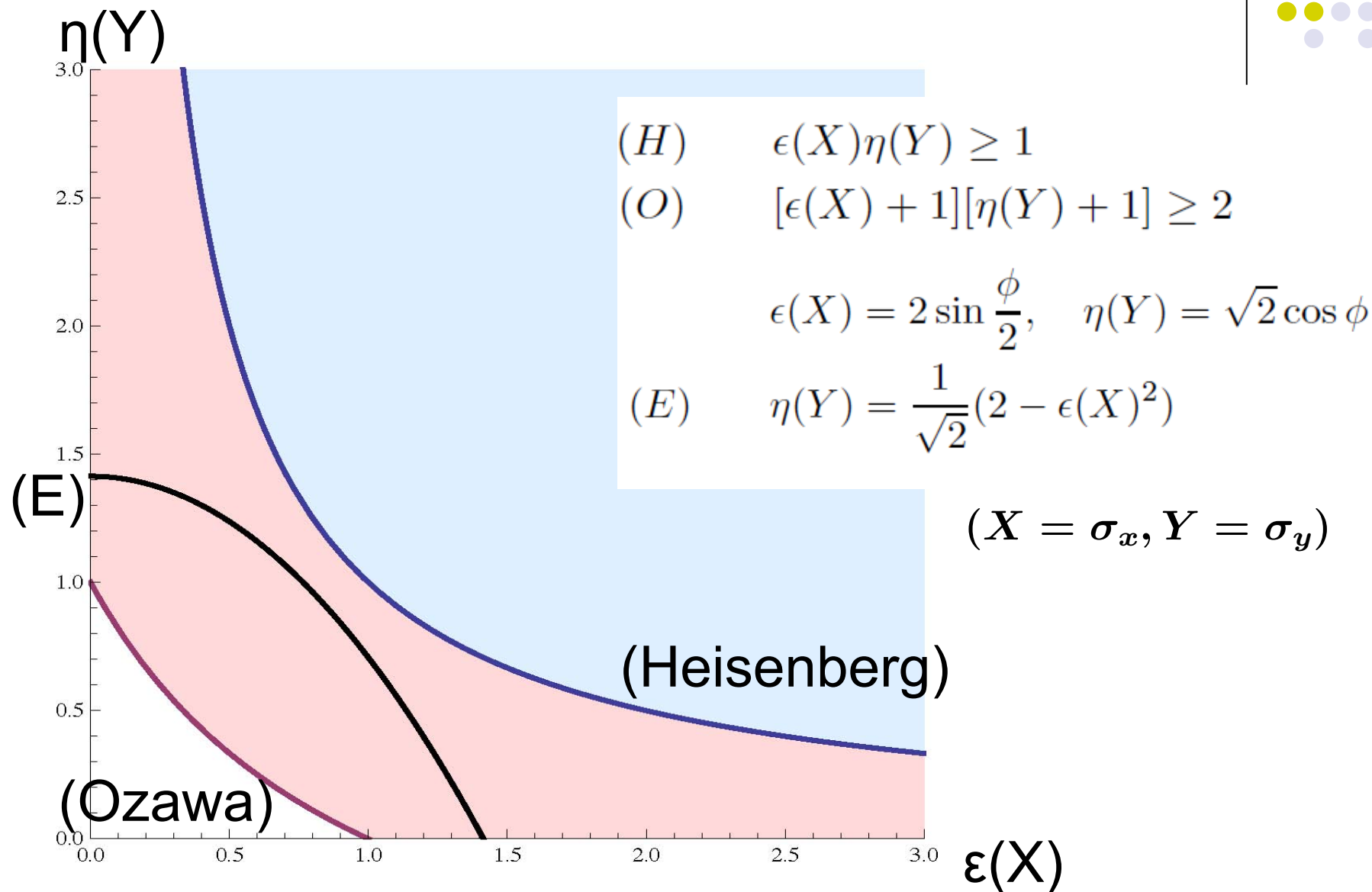
- 小澤の不等式は成立

$$\epsilon(A)\eta(B) + \epsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \left(\frac{h}{4\pi}\right)^2$$

- ハイゼンベルクの不等式は不成立

$$\epsilon(A)\eta(B) < \left(\frac{h}{4\pi}\right)^2$$

スピンの測定における 小澤の不等式とハイゼンベルクの不等式の比較

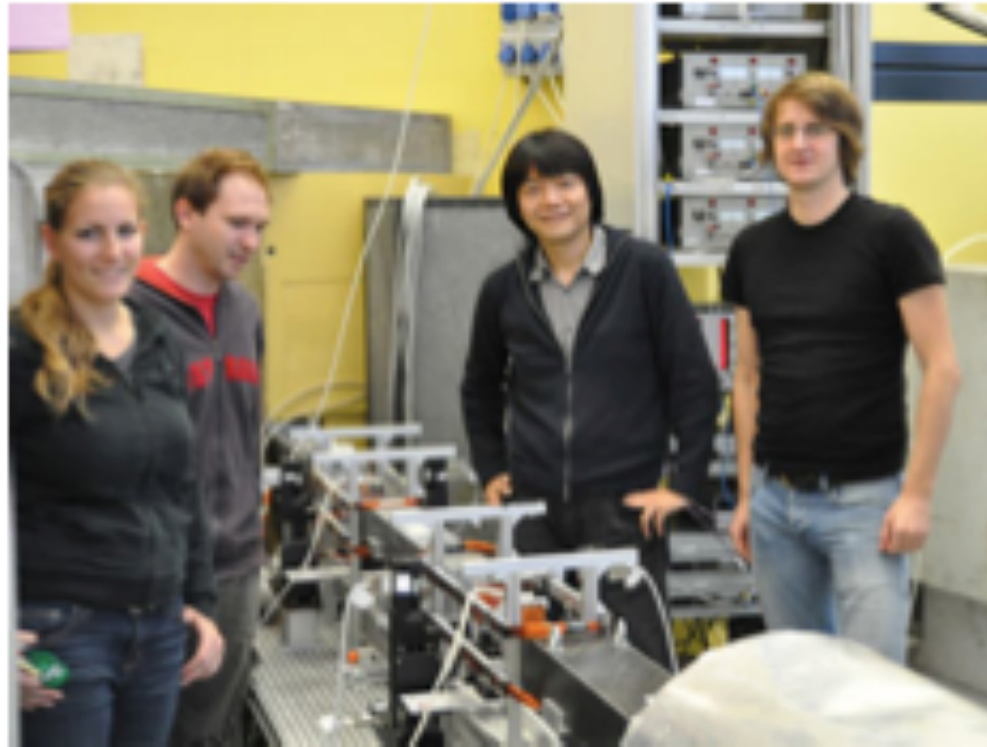


PUBLISHED ONLINE: 15 JANUARY 2012 | DOI: 10.1038/NPHYS52194

(日経1月16日朝刊)

Neutrons revive Heisenberg's first take on uncertainty

Jan 20, 2012 [5 comments](#)

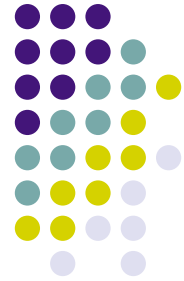


[Yuji Hasegawa and colleagues disturbing a few neutrons](#)

"This is certainly the first experiment to test Ozawa's formulation, so I think this should draw more attention to Ozawa's formulation, and how it is universally valid unlike a naive Heisenberg measurement-disturbance relation," said Howard Wiseman of Griffith University in Australia.

<http://physicsworld.com/cws/article/news/48378>

Media



SCIENTIFIC
AMERICAN™

Permanent Address: <http://www.scientificamerican.com/article.cfm?id=common-interpretation-of-heisenbergs-uncertainty-principle-is-proven-false>

Common Interpretation of Heisenberg's Uncertainty Principle Is Proved False

A new experiment shows that measuring a quantum system does not necessarily introduce uncertainty

By Geoff Brumfiel | Tuesday, September 11, 2012 | 18 comments

BBC NEWS

SCIENCE & ENVIRONMENT

7 September 2012 Last updated at 16:24 GMT

Heisenberg uncertainty principle stressed in new test

By Jason Palmer

Science and technology reporter, BBC News

Pioneering experiments have cast doubt on a founding idea of the branch of physics called quantum mechanics.



Quantenphysik

Der große Heisenberg irrte 偉大なハイゼンベルクは間違っていた

17.11.2012 · Werner Heisenberg wollte seine berühmte Unbestimmtheitsbeziehung auch in den Störungen wiedererkennen, die eine Messung verursacht. Diesen Schluss haben kanadische Forscher widerlegt.

Von RAINER SCHARF

Die von **Werner Heisenberg** 1927 formulierte **Unschärfebeziehung** ist trotz ihrer Tiefgründigkeit und Abstraktheit das wohl bekannteste Gesetz der Quantenphysik. Sie besagt vereinfacht, dass man nicht gleichzeitig die Geschwindigkeit und den Ort etwa eines Elektrons mit beliebiger Präzision bestimmen kann. Für die Popularität dieses Gesetzes hat vor allem eine ebenfalls von Heisenberg stammende bildhafte Erläuterung



Werner Heisenberg und seine Unschärferelation sind sogar auf einer Briefmarke verewigt

2003年、名古屋大学の小澤正直は、ハイゼンベルクが信じていたほど状況は単純ではないと疑った。

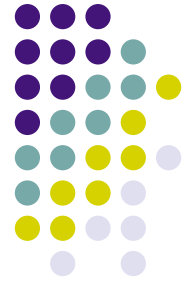
小澤が疑ったことは、トロント大学のAephraim Steinberg周辺の物理学者によって実験的に確認されました。

擾乱と誤差は、小澤正直が設定した不等式を満たしていました。

Unschärfebeziehung in Einklang steht. Dass die Sachlage nicht so ganz einfach ist, wie Heisenberg glaubte, vermutete im Jahr 2003 bereits **Masanao Ozawa** von der Universität Nagoya.

Was Ozawa vermutete, haben die Physiker um **Aephraim Steinberg** von der University of Toronto jetzt experimentell bestätigt.

Unschärferelation hier anwenden. Doch das ist offensichtlich nicht der Fall. Vielmehr erfüllten die gemittelte Störung und die Unschärfe der Messergebnisse jene Ungleichung, die Masanao Ozawa aufgestellt hatte.



不確定性原理と測定順序効果

- 古典力学では、二つの物理量の測定結果は測定の順序によらない.
- 量子力学では、非可換な物理量の測定結果は測定の順序に依存する.
- 心理学実験で、二つの質問の答えは、質問の順序によることが知られている.
- これは、心の量子性の現れであろうか？

質問順序効果：クリントンとゴアに関する世論調査



クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO	計
クリントン-YES	48.99	4.47	53.46
クリントン-NO	17.67	28.86	46.53
計	66.66	33.33	99.99
ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO	計
クリントン-YES	56.25	2.55	58.80
クリントン-NO	19.91	21.30	41.21
計	76.16	23.85	100.01
順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO	計
クリントン-YES	+7.26	-1.92	+5.34
クリントン-NO	+2.24	-7.56	-5.32
計	+9.50	-9.48	+0.02

表 1: 質問順序効果 (1997 年米国ギャラップ世論調査).

C/G: クリントン/ゴアは正直で信頼できると考えられるか.

上段/中段: 質問 C/G ⇒ 質問 G/C の順序. 下段: 両者の差.

[D. W. Moore, Public Opin. Q. 66, 80 (2002)]



標準古典結合確率

- 確率空間 (Ω, P) 上の A, B という二つの確率変数を続けて測定して, $A = a$, $B = b$ という結果を得る確率は,

$$\Pr\{A = a, B = b \parallel P\} = \sum\{P(\omega) \mid A(\omega) = a, B(\omega) = b\}$$

と定義される. $\Pr\{A = a, B = b, A = c \parallel P\}$ も同様に定義される.

- これは, 次の性質を持っている.
 - (1) (A - A 再現性) $a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \parallel P\} = 0$.
 - (2) (A - B 質問可換性) $\Pr\{A = a, B = b \parallel P\} = \Pr\{B = b, A = a \parallel P\}$.
 - (3) (A - B - A 再現性) $a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, B = b, A = a' \parallel P\} = 0$.



標準量子結合確率

- つまり、クリントン-ゴア実験の統計は、標準古典結合確率の性質のうち、再現性を満たすが、質問可換性を満たさない。
- 質問可換性を満たさない結合確率の例として、量子力学の標準的な結合確率である射影測定 of 結合確率を適用することが考えられた。
- これは、 A, B を自己共役行列、 P を単位ベクトルに対応させて、

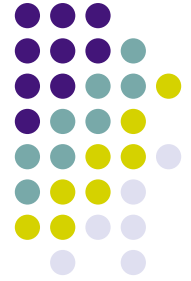
$$\Pr\{A = a, B = b \mid P\} = \|E^B(b)E^A(a)P\|^2$$

と定義される。ただし、 $E^A(a)$ は行列 A の固有値 a に属する固有空間への射影行列を表す。



可換性と量子結合確率

- 確率変数 A, B を量子物理量と考えた場合, その標準結合確率は A, B の可換性に応じて, 次の性質をもつ.
 - A, B が可換つまり $AB = BA$ のとき, これは次の性質を持つ.
 - (1) (A - A 再現性) $a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' | P\} = 0$.
 - (2) (A - B 質問可換性) $\Pr\{A = a, B = b | P\} = \Pr\{B = b, A = a | P\}$.
- つまり, 古典標準結合確率と同等になり, 非可換性を持たないので, クリントン-ゴア実験を説明できない.



非可換性と量子結合確率

- A, B が非可換つまり $AB \neq BA$ のとき, これは次の性質を持つ.
 - (1) (A - A 再現性) $a \neq a'$ ならば $\Pr\{A = a, A = a' \mid P\} = 0$.
 - (2) (A - B 質問順序効果) $\Pr\{A = a, B = b \mid P\} \neq \Pr\{B = b, A = a \mid P\}$.これは, クリントン-ゴア実験と再現性, 順序効果を共有している.

クリントン-ゴア実験の量子モデル

- Wang-Busemeyer は、偏光板の間の角度を適切に調整した偏光測定モデルでクリントン-ゴア実験の統計を説明した.



A Quantum Question Order Model Supported by Empirical Tests of an *A Priori* and Precise Prediction

Zheng Wang,^a Jerome R. Busemeyer^b

^a*School of Communication, Center for Cognitive and Brain Sciences, The Ohio State University*

^b*Department of Psychological and Brain Sciences, Indiana University*

Topics in Cognitive Sciences 5 (2013) 689–710

Copyright © 2013 Cognitive Science Society, Inc. All rights reserved.

ISSN:1756-8757 print/1756-8765 online

DOI: 10.1111/tops.12040

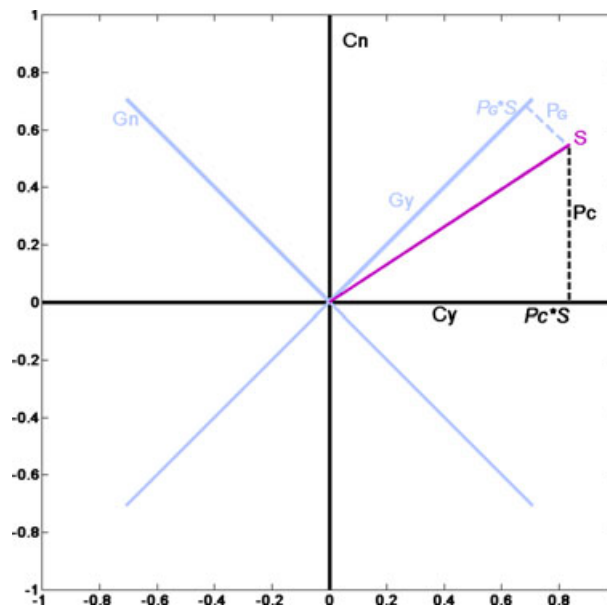


Fig. 1. A two-dimensional example of the quantum model of question order effects.



量子モデルと A - B - A 再現性

- Khrennikov 等は, Wang-Busemeyer の量子モデルでは, A - B - A 再現性が成立しないことを議論し, A - B - A 再現性が A と B の非可換性と両立しないことを示した.

Khrennikov, A., Basieva, I., Dzhafarov, E. N., Busemeyer, J. R. (2014). Quantum models for psychological measurements: An unsolved problem. PLOS ONE, 9, Article e110909.

- 通常の実験条件では, A - B - A 再現性が成立すると考えられるので, A - B - A 再現性と A - B 順序効果をともに満たすモデルが可能かどうかの問題とされた.



モデルの分類

	A-A 反復可能性	A-B 質問順序効果	A-B-A 回答再現効果	A-B の可換性	心の量子性
クリントン-ゴア・データ	○	○	○	?	?
標準古典モデル	○	×	○	○	ない
標準量子モデル	○	○	×	×	ある
量子インストルメントモデル	○	○	○	○	?

表 3: モデルの分類.

標準古典モデル: Bayes 更新モデル.

標準量子モデル: Wang-Busemeyer モデル, 射影測定モデル.

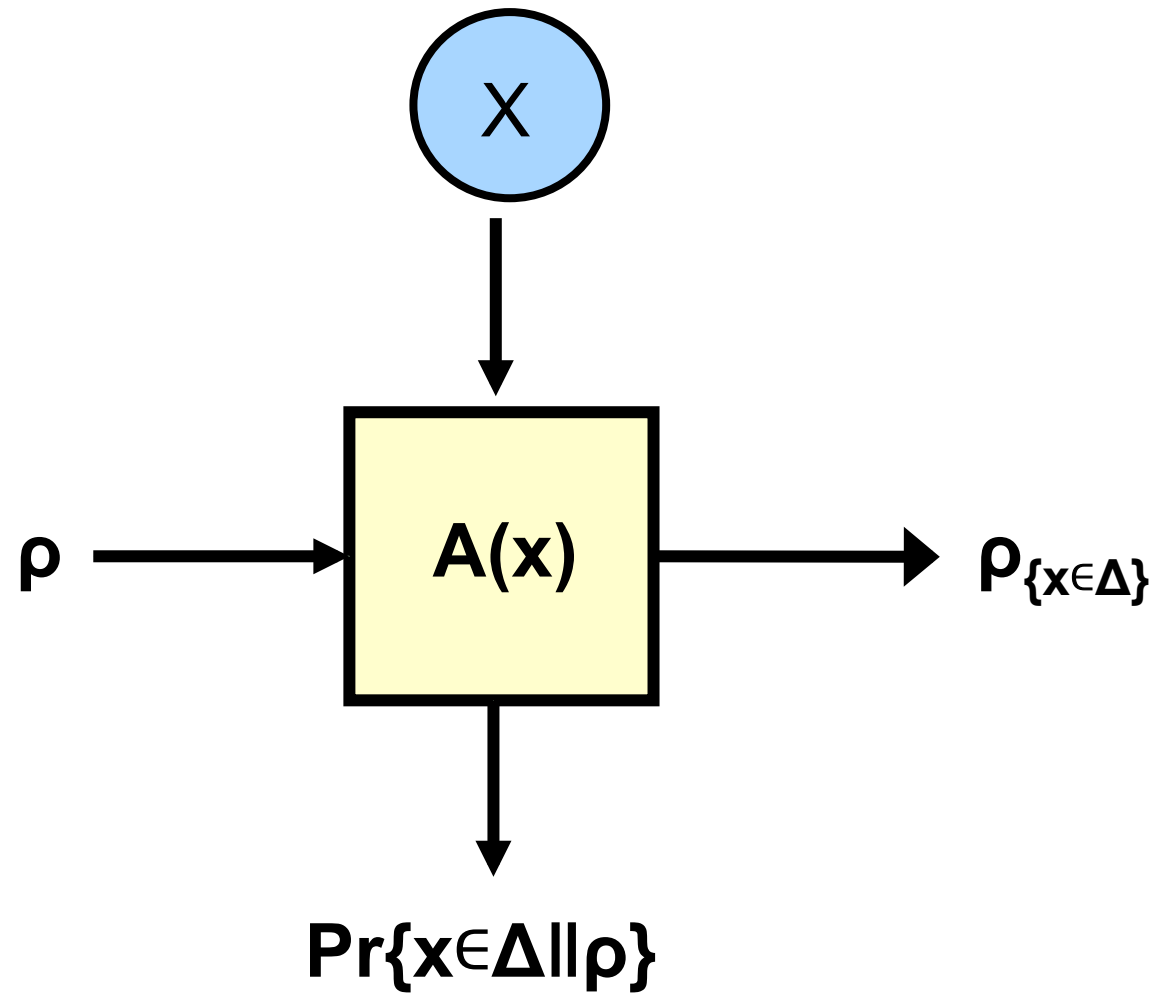
波束の収縮モデル.

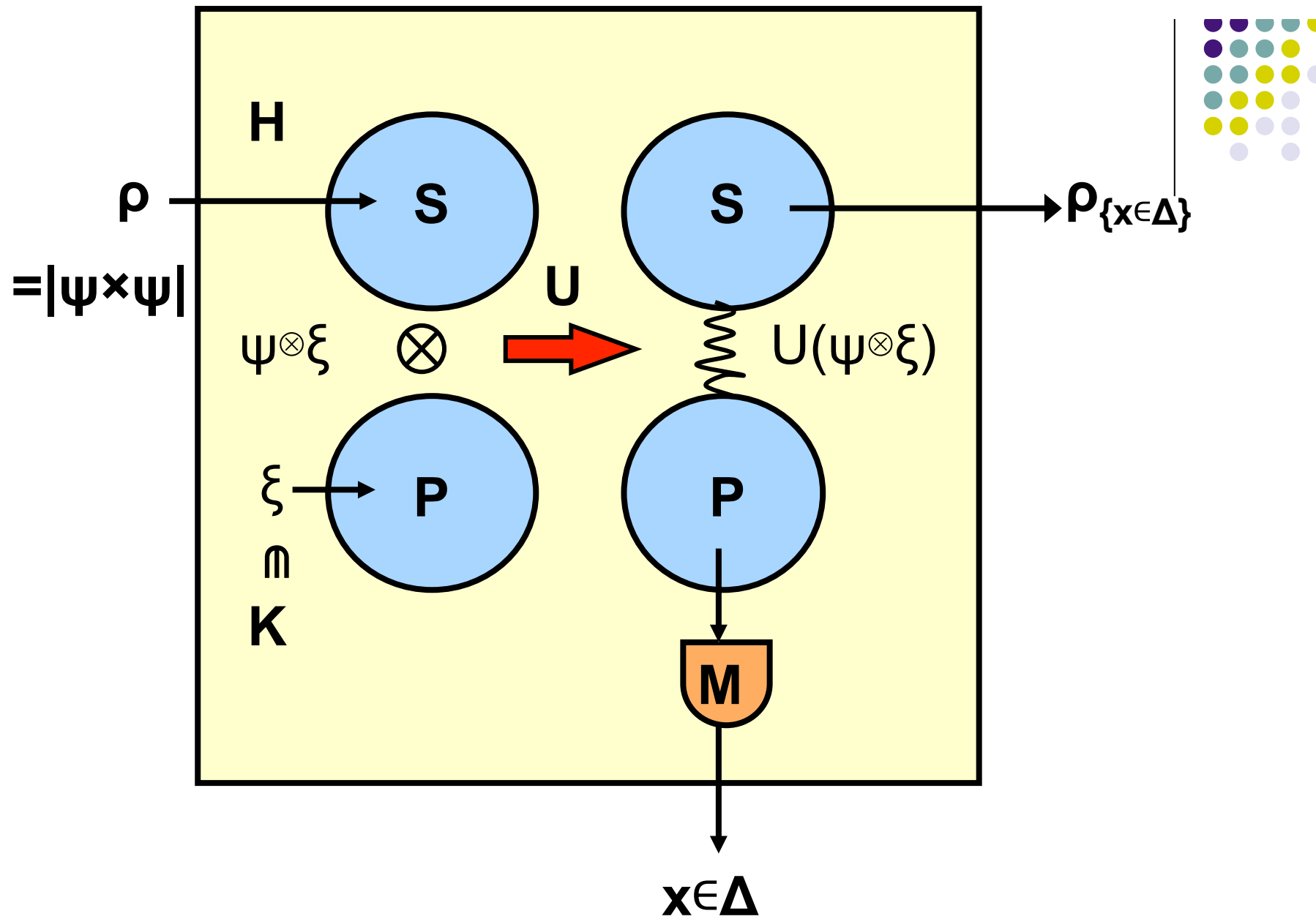


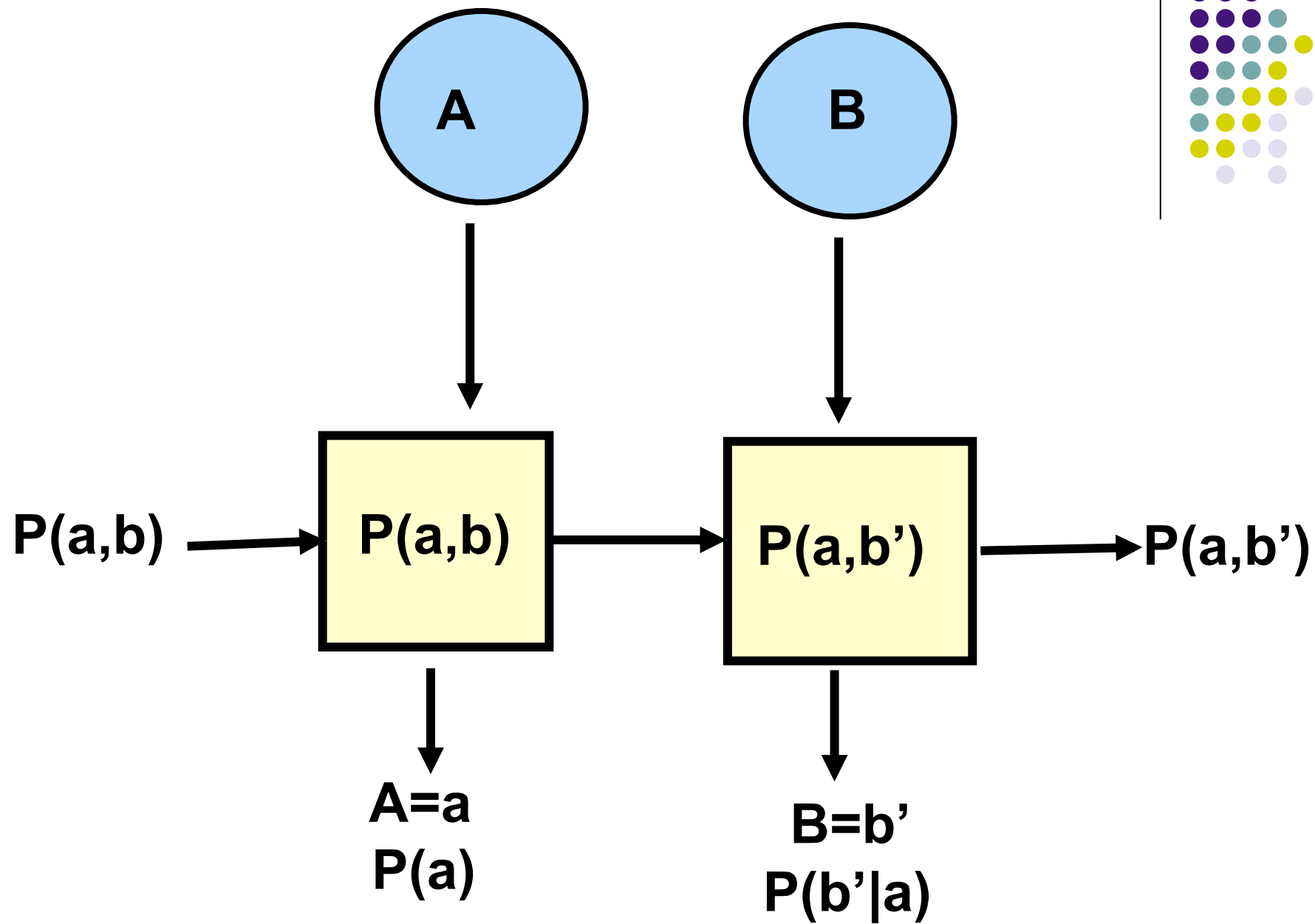
問題の解決に向けて

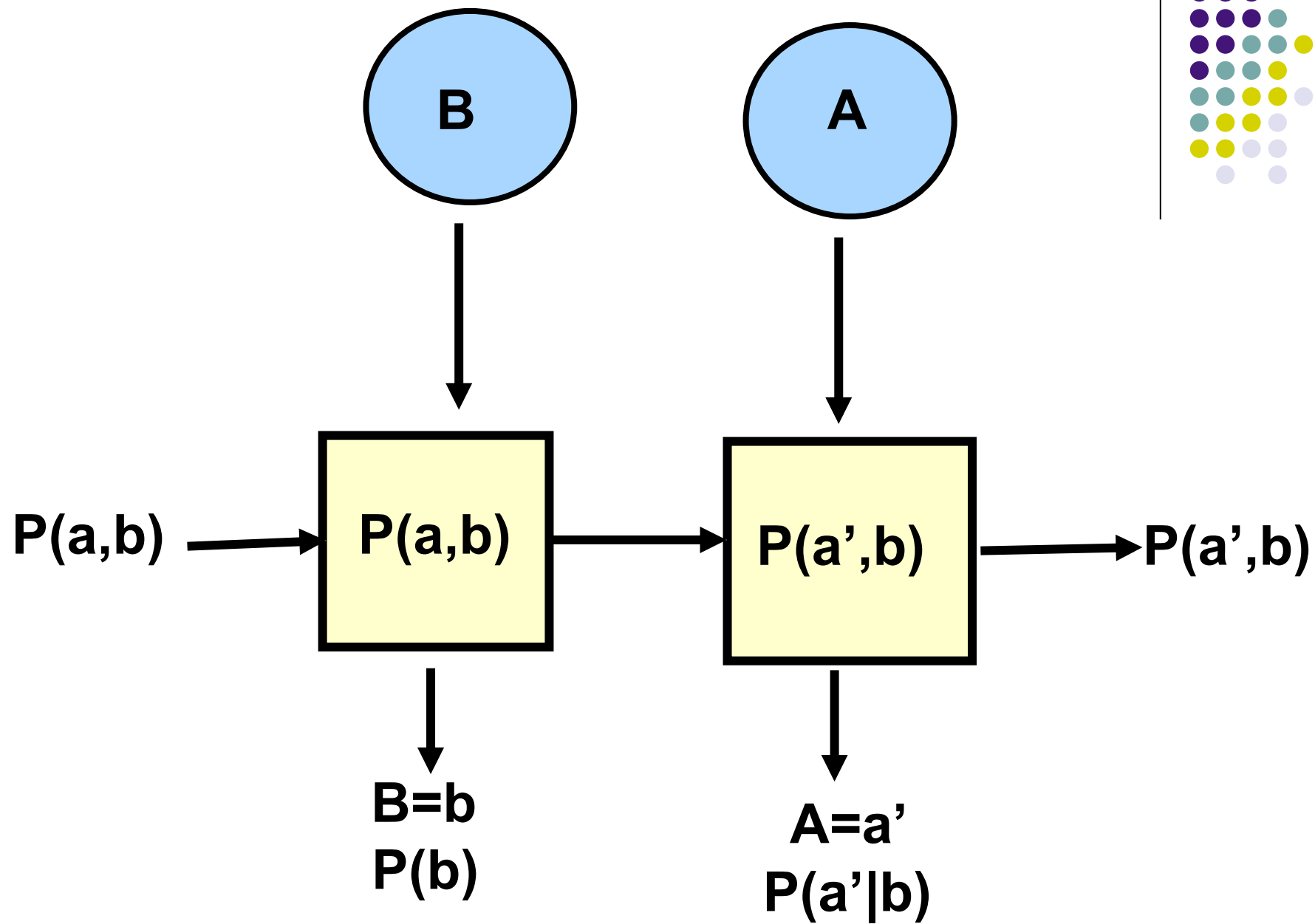
- 以上のように，クリントン-ゴア実験の統計を量子力学をもちいて説明する試みは，これまで成功していないため，重要な未解決問題と考えられてきた。
- Khrennikov 氏との共同研究では，この問題を量子インストルメント理論を用いて解決した。基本的なアイディアは以下の通りである。
 - (i) それぞれの測定は， A - A 再現性を持つ測定とする。
 - (ii) 量子インストルメントの一般論から，質問 A, B は可換な量子物理量でないと A - B - A 再現性を満たさないことが導かれるので， A, B を可換な物理量とする。
 - (iii) 量子インストルメント理論を用いると，量子物理量の A - A 再現性を持つ測定で射影測定とは異なるものが存在する。そのような量子インストルメントによって A, B が可換であるにも関わらず，結合確率が A - B 質問順序効果を示すものを構成した。
 - (iv) そのようにして構成した量子インストルメントのパラメータを調整して，実際の クリントン-ゴア実験のデータを忠実に再現できることを示した。

量子インストルメント









量子インストルメントによるクリントン-ゴア 世論調査データの再現 (2021)



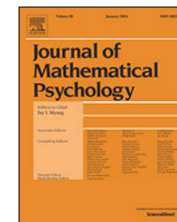
Journal of Mathematical Psychology 100 (2021) 102491



Contents lists available at [ScienceDirect](https://www.sciencedirect.com)

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp



Modeling combination of question order effect, response replicability effect, and QQ-equality with quantum instruments



Masanao Ozawa^{a,b}, Andrei Khrennikov^{c,*}

^a College of Engineering, Chubu University, 1200 Matsumoto-cho, Kasugai 487-8501, Japan

^b Graduate School of Informatics, Nagoya University, Chikusa-ku, Nagoya 464-8601, Japan

^c Linnaeus University, International Center for Mathematical Modeling in Physics and Cognitive Sciences Växjö, SE 351 95, Sweden

質問順序効果: 量子インストルメントモデル



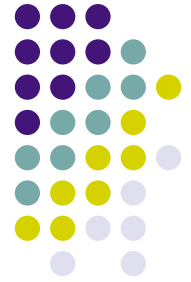
クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	48.89/48.99	4.50/4.47
クリントン-NO	17.80/17.67	28.81/28.86
ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	56.37/56.25	2.53/2.55
クリントン-NO	19.77/19.91	21.33/21.30
脱順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	51.84	1.55
クリントン-NO	24.29	22.33

表 2: 量子インストルメントモデルによるデータの再現.

上/中段: 質問 C/G⇒ 質問 G/C の順序. モデル値/データ値

下段: モデルで推定される順序効果がないとした場合の回答頻度. それぞれの順序による回答頻度を平均化することによっては, 順序効果を補正することはできない.

[M. Ozawa, A. Khrennikov, J. Math. Psychol. 100, 102491 (2021)]



結論

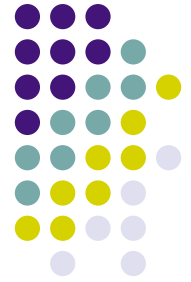
- A-B-A再現性が成立すると仮定すると、心の不確定性、すなわち、A-B質問順序効果は、心の量子性、すなわち、AとBの非可換性に由来するのではなく、信念の事後確率をベイズ更新とは異なる規則に従って更新していることに由来する。
- 心の量子性(AとBの非可換性)が正しいとすると、質問の前に信念は存在せず、質問の回答に従って、信念が生まれることになるが、この研究から、そうではなく、質問の前に信念は存在するが、一定の傾向に従って、質問の回答に依存して変化することが導かれる。
- つまり、A-B-A再現性は信念の存在を保証し、A-B質問順序効果は、質問に回答する過程で信念が変化することを示している。



今後の研究課題

- 世論調査や広告の分野におけるQOE（質問順序効果）とRRE（回答再現効果）などの実証
- 量子インストルメントモデルによるQOEとRREなどの効果の解明
- 意思決定におけるQOEなどの効果のAIによるシミュレーション
- アンケート調査におけるQOEによるバイアスの除去
- 広告におけるQOEの活用

将来展望



- 新しい物理学と量子技術への応用
 - 量子インストルメント理論による量子情報科学の発展
 - 新しい量子不確定性制御の展開
 - 測定誤差と擾乱の計測による新しい科学・技術の可能性
 - 超精密測定技術＝重力波検出，ナノサイエンス，GPS等
 - 量子情報技術＝量子暗号・量子計算
- 心理学・認知科学・AIへの応用：
 - 状態の揺らぎや不安定性と観測に由来する不確定性
 - 人間の知覚-認識モデルと量子インストルメント理論の親和性
 - 世論調査におけるバイアスや広告効果の解明
 - AIによる認知バイアスの再現－官能試験の自動化
- 新しい数学：
 - 問題解決のために広い数学分野を横断
 - 経験科学の方法を理解し理論構築から実験的検証までをフォロー
 - 新しいタイプの応用数学者の養成（AI数理データサイエンスセンター）

最後に、



量子と情報 —量子の存在と不確定性原理— 単行本（ソフトカバー） - 2018/11/9

小澤正直 (著)



2件のカスタマーレビュー

ベストセラー1位 - カテゴリ 量子物理学

> その他 (2) の形式およびエディションを表示する

Kindle版
¥ 2,000

単行本（ソフトカノ
¥ 2,160

この商品の特別キャンペーン

まとめ買いでオーディオ・電話・電池が10%OFF 1件