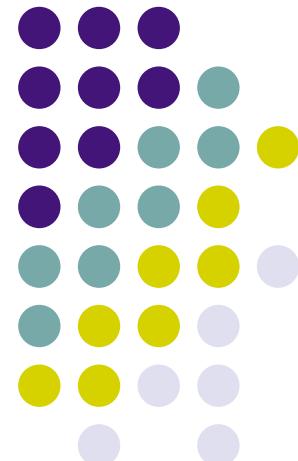


中部大っていいとも！ 2022年6月2日(木)

# 心の不確定性と量子性

中部大学  
AI数理データサイエンスセンター  
創発学術院  
小澤正直





# はじめに

- 量子コンピュータが現れて、「量子性」を利用してすることで、これまでより効率の高い「計算」が可能であることが知られるようになった。
- そこで、人間の脳や心にも「量子性」があるのかという疑問が持たれるようになった。
- 本講演では、「質問順序効果」という心理学の分野でよく知られた現象が、心に「量子性」がある証拠なのかという問題を考えてみる。



## 要旨：量子インストルメント理論による心の揺らぎ (認知バイアス) の研究

- 量子インストルメント理論は、微視的量子の測定の機構を明らかにし、不確定性原理の解明に貢献した。
- この理論を人の心の解明に役立てないだろうか。
- 人の心は微妙なもので、聞き方や聞く順序を変えただけで同じ質問に対する回答が変わることが知られている（測定順序効果）。
- これは、測定の順序で測定値が変わる量子の測定と共通する。
- しかし、一方で一度口に出したことは容易に変えたりしない（回答再現効果）。
- これは、量子の測定とは異なる特質である。
- 従来の量子モデルでは、測定順序効果と回答再現効果が、両立しなかつたが、量子インストルメント理論により、両者が両立するモデルを構築することに成功した。この成果に基づいて、心の不確定性と量子性の関係について考察する。
  - M. Ozawa and A. Khrennikov, Modeling combination of question order effect, response replicability effect, and QQ-equality with quantum instruments, J. Math. Psychol. 100, 10249 (2021)



## 標準古典結合確率

- 確率空間  $(\Omega, P)$  上の  $A, B$  という二つの確率変数を続けて測定して,  $A = a, B = b$  という結果を得る確率は,

$$\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \sum\{P(\omega) \mid A(\omega) = a, B(\omega) = b\}$$

と定義される.  $\Pr\{A = a, B = b, C = c \| P\}$  も同様に定義される.

- これは, 次の性質を持っている.
  - (1) ( $A$ - $A$  再現性)  $a \neq a'$  ならば  $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$ .
  - (2) ( $A$ - $B$  質問可換性)  $\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \Pr\{B = b, A = a \| P\}$ .
  - (3) ( $A$ - $B$ - $A$  再現性)  $a \neq a'$  ならば  $\Pr\{A = a, B = b, A = a' \| P\} = 0$ .



## 質問順序効果：クリントン-ゴア実験

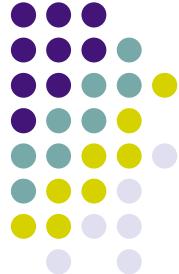
- ・米国の世論調査のデータ解析から、次のような興味深い事実が認められた。
- ・以下の二つの質問を考える。  
C: 一般にクリントンは正直で信頼がおける人物であると考えますか。  
G: 一般にゴアは正直で信頼がおける人物であると考えますか。  
 $A$  を質問 C の回答が “yes”なら  $y$  (1), “no” なら  $n$  (0) をとる確率変数とし、  
 $B$  を質問 G の回答が “yes”なら  $y$  (1), “no” なら  $n$  (0) をとる確率変数とする。
- ・質問の順序と回答の統計に関して、つぎのような関係が認められた。
  - (1) ( $A$ - $A$  再現性)  $a \neq a'$  ならば  $\Pr\{A = a, A = a' | P\} = 0$ .
  - (2) ( $A$ - $B$  質問順序効果)  $\Pr\{A = a, B = b | P\} \neq \Pr\{B = b, A = a | P\}$ .



<b>Clinton⇒Gore(%)</b>	<b>Marginal</b>	<b>Gore-YES</b>	<b>Gore-NO</b>
<b>Clinton-YES</b>	<b>53.47</b>	<b>49.00</b>	<b>4.47</b>
<b>Clinton-NO</b>	<b>46.53</b>	<b>17.67</b>	<b>28.86</b>
<b>Marginal</b>		<b>66.67</b>	<b>33.33</b>
<b>Gore⇒ Clinton(%)</b>	<b>Marginal</b>	<b>Clinton-YES</b>	<b>Clinton-NO</b>
<b>Gore-YES</b>	<b>76.15</b>	<b>56.25</b>	<b>19.90</b>
<b>Gore-NO</b>	<b>23.85</b>	<b>2.55</b>	<b>21.30</b>
<b>Marginal</b>		<b>58.80</b>	<b>41.20</b>
<b>Context</b>	<b>Clinton-YES</b>	<b>Gore-YES</b>	<b>Gap (Clinton-Gore)</b>
<b>Monitored first</b>	<b>53.47</b>	<b>76.15</b>	<b>-22.68</b>
<b>Monitored second</b>	<b>58.80</b>	<b>66.67</b>	<b>-7.87</b>
<b>Difference (2nd-1st)</b>	<b>5.33</b>	<b>-9.48</b>	

Table 1: 質問の順序効果. 上段は質問 C⇒ 質問 G の順序で質問した場合、中段は質問 G⇒ 質問 C の順序で質問した場合の回答の頻度を表わし、下段は両者の差を表わす。このように世論調査の結果は質問の順序に影響を受ける。

[D. W. Moore, Public Opin. Q. 66, 80 (2002)]



## 質問順序効果: クリントンとゴアに関する世論調査

クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	48.99	4.47
クリントン-NO	17.67	28.86
ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	56.25	2.55
クリントン-NO	19.91	21.30
順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	+7.26	-1.92
クリントン-NO	+2.24	-7.56

表 1: 質問の順序効果。1997 年に行なわれた米国のギャラップ世論調査のデータから、次のような興味深い事実が認められた。以下の二つの質問を考える。C: クリントンは正直で信頼がおける人物と考えられるか。G: ゴアは正直で信頼がおける人物と考えられるか。上段は質問 C⇒ 質問 G の順序で質問した場合、中段は質問 G⇒ 質問 C の順序で質問した場合の回答の頻度を表わし、下段は両者の差を表わす。このように世論調査の結果は質問の順序に影響を受ける。

[D. W. Moore, Public Opin. Q. 66, 80 (2002)]



## 標準量子結合確率

- つまり、クリントン-ゴア実験の統計は、標準古典結合確率の性質のうち、再現性を満たすが、質問可換性を満たさない。
- 質問可換性を満たさない結合確率の例として、量子力学の標準的な結合確率である射影測定の結合確率を適用することが考えられた。
- これは、 $A, B$  を自己共役行列、 $P$  を単位ベクトルに対応させて、

$$\Pr\{A = a, B = b | P\} = \|E^B(b)E^A(a)P\|^2$$

と定義される。ただし、 $E^A(a)$  は行列  $A$  の固有値  $a$  に属する固有空間への射影行列を表す。



## 可換性と量子結合確率

- 確率変数  $A, B$  を量子物理量と考えた場合、その標準結合確率は  $A, B$  の可換性に応じて、次の性質をもつ。
  - $A, B$  が可換つまり  $AB = BA$  のとき、これは次の性質を持つ。
    - (1) ( $A$ - $A$  再現性)  $a \neq a'$  ならば  $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$ .
    - (2) ( $A$ - $B$  質問可換性)  $\Pr\{A = a, B = b \| P\} = \Pr\{B = b, A = a \| P\}$ .
- つまり、古典標準結合確率と同等になり、非可換性を持たないので、クリントン-ゴア実験を説明できない。



## 非可換性と量子結合確率

- $A, B$  が非可換つまり  $AB \neq BA$  のとき、これは次の性質を持つ。
    - (1) ( $A$ - $A$  再現性)  $a \neq a'$  ならば  $\Pr\{A = a, A = a' \| P\} = 0$ .
    - (2) ( $A$ - $B$  質問順序効果)  $\Pr\{A = a, B = b \| P\} \neq \Pr\{B = b, A = a \| P\}$ .
- これは、クリントン-ゴア実験と再現性、順序効果を共有している。

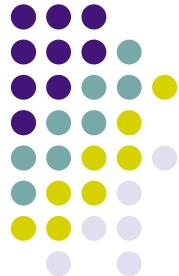


## 偏光測定：非可換量子結合確率の例

- 光線は光子の集まりでできている。光子は、進行方向に垂直な平面上である特定の方向に振動していると考えられる。そこで、1時の短針の方向に沿った偏光フィルターを通過したばかりのビームに含まれる光子に対して、次の二つの質問を考える。

(A) あなたは、上下方向（12時の短針の方向）に振動していますか、水平方向（3時の短針の方向）に振動していますか。上下方向なら yes、水平方向なら no と答えてください。

(B) あなたは、右斜め 45 度の方向（1 時半の短針の方向）に振動していますか、左斜め 45 度の方向（10 時半の短針の方向）に振動していますか。右斜め方向なら yes、左斜め方向なら no と答えてください。



- 回答分布 (A-B) : A を先に質問して、後から B を質問した場合:

$$P(A = y) = (\cos 30^\circ)^2 = 0.75,$$

$$P(A = n) = (\cos 60^\circ)^2 = 0.25,$$

$$P(B = y|A = y) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(B = n|A = y) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(B = y|A = n) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(B = n|A = n) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(A = y, B = y) = 3/8 = 0.375,$$

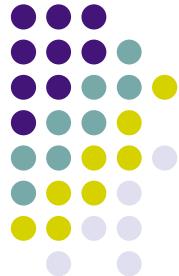
$$P(A = y, B = n) = 3/8 = 0.375,$$

$$P(A = n, B = y) = 1/8 = 0.125,$$

$$P(A = n, B = n) = 1/8 = 0.125,$$

$$P(\text{---}, B = y) = 0.5,$$

$$P(\text{---}, B = n) = 0.5.$$



- 回答分布 (B-A)： B を先に質問して、 後から A を質問した場合：

$$P(B = y) = (\cos 15^\circ)^2 = 0.7165,$$

$$P(B = n) = (\cos 75^\circ)^2 = 0.2835,$$

$$P(A = y|B = y) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(A = n|B = y) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(A = y|B = n) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(A = n|B = n) = (\cos 45^\circ)^2 = 0.5,$$

$$P(B = y, A = y) = 0.35825,$$

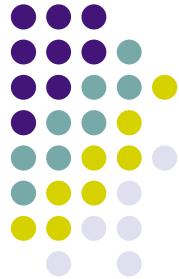
$$P(B = y, A = n) = 0.35825,$$

$$P(B = n, A = y) = 0.14175,$$

$$P(B = n, A = n) = 0.14175,$$

$$P(\text{---}, A = y) = 0.5,$$

$$P(\text{---}, A = n) = 0.5.$$



# 偏光測定の順序効果

A⇒B(%)	Marginal	B-YES	B-NO
A-YES	75.0	37.5	37.5
A-NO	25.0	12.5	12.5
Marginal		50.0	50.0
B⇒ A(%)	Marginal	A-YES	A-NO
B-YES	71.65	35.825	35.825
B-NO	28.35	14.175	14.175
Marginal		50.0	50.0
Context	A-YES	B-YES	Gap (A-B)
Monitored first	75.5	71.65	-3.85
Monitored second	50.0	50.0	0
Difference (2nd-1st)	-25.5	-21.65	



# クリントン-ゴア実験の量子モデル

- Wang-Busemeyer は、偏光板の間の角度を適切に調整した偏光測定のモデルでクリントン-ゴア実験の統計を説明した。

A Quantum Question Order Model Supported by  
Empirical Tests of an *A Priori* and Precise Prediction

Zheng Wang,<sup>a</sup> Jerome R. Busemeyer<sup>b</sup>

<sup>a</sup>School of Communication, Center for Cognitive and Brain Sciences, The Ohio State University

<sup>b</sup>Department of Psychological and Brain Sciences, Indiana University

Topics in Cognitive Sciences 5 (2013) 689–710  
Copyright © 2013 Cognitive Science Society, Inc. All rights reserved.  
ISSN:1756-8757 print / 1756-8765 online  
DOI: 10.1111/tops.12040

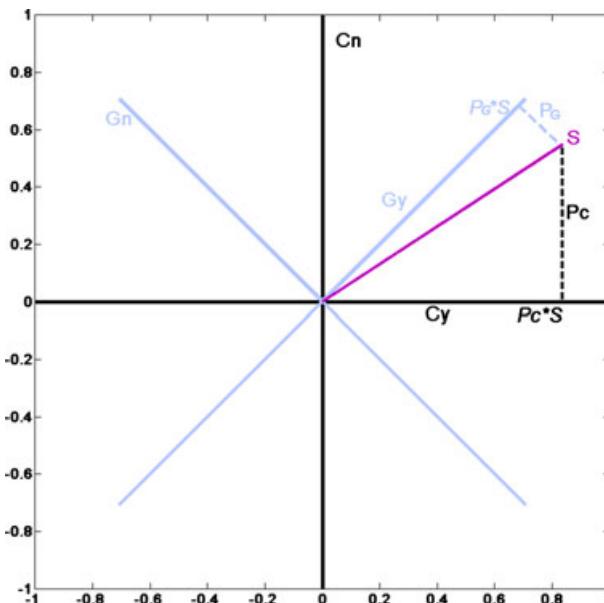


Fig. 1. A two-dimensional example of the quantum model of question order effects.



## 量子モデルと $A$ - $B$ - $A$ 再現性

- Khrennikov 等は、Wang-Busemeyer の量子モデルでは、 $A$ - $B$ - $A$  再現性が成立しないことを議論し、 $A$ - $B$ - $A$  再現性が  $A$  と  $B$  の非可換性と両立しないことを示した。

Khrennikov, A., Basieva, I., Dzhafarov, E. N., Busemeyer, J. R. (2014). Quantum models for psychological measurements: An unsolved problem. PLOS ONE, 9, Article e110909.

- 通常の実験条件では、 $A$ - $B$ - $A$  再現性が成立すると考えられるので、 $A$ - $B$ - $A$  再現性と  $A$ - $B$  順序効果をともに満たすモデルが可能かどうかが問題とされた。



## 問題の解決に向けて

- 以上のように、クリントン-ゴア実験の統計を量子力学をもちいて説明する試みは、これまで成功していないため、重要な未解決問題と考えられてきた。
- Khrennikov 氏との共同研究では、この問題を量子インストルメント理論を用いて解決した。基本的なアイディアは以下の通りである。
  - (i) それぞれの測定は、 $A$ - $A$  再現性を持つ測定とする。
  - (ii) 量子インストルメントの一般論から、質問  $A, B$  は可換な量子物理量でないと  $A$ - $B$ - $A$  再現性を満たさないことが導かれるので、 $A, B$  を可換な物理量とする。
  - (iii) 量子インストルメント理論を用いると、量子物理量の  $A$ - $A$  再現性を持つ測定で射影測定とは異なるものが存在する。そのような量子インストルメントによって  $A, B$  が可換であるにも関わらず、結合確率が  $A$ - $B$  質問順序効果を示すものを構成した。
  - (iv) そのようにして構成した量子インストルメントのパラメータを調整して、実際の クリントン-ゴア実験のデータを忠実に再現できることを示した。



## ベイズ更新と条件付き確率分布

- 標準古典結合確率分布  $\Pr\{A = a, B = b|P\}$  は、ベイズ更新のルールを用いて説明することができる。
- 先立つ  $A$  の測定結果  $A = a$  に条件付けられた  $B$  の条件付き確率分布は、 $\Pr\{A = a|P\} > 0$ . ならば、次のように与えられる。

$$P_{\{A=a\}}(\omega) = \frac{\chi_{A^{-1}(a)}(\omega)P(\omega)}{\sum_{\omega \in \Omega} \chi_{A^{-1}(a)}(\omega)P(\omega)}.$$

- これを用いて、次が成り立つ。

$$\Pr\{A = a, B = b|P\} = \Pr\{A = a|P\} \Pr\{B = b|P_{\{A=a\}}\}.$$

- 従って、 $A$  と  $B$  の結合確率分布は、ベイズ更新のルールに従って、 $A$  の測定後に標本空間の確率分布を条件付き確率分布  $P_{\{A=a\}}$  に更新したと見なすことができる。



## 動的ベイズ更新規則

- インストルメント理論を古典的な確率論に応用することができる。例えば、クリントン-ゴア実験の場合、標本空間を被験者の心(信念)の状態とし、質問  $A, B$  に対する回答の結合確率分布は、この信念の確率分布  $P$  に依存すると考えられるので、それを

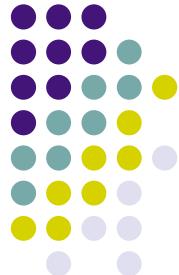
$$\Pr\{A = a, B = b | P\}$$

とする。ただし、古典標準結合確率分布の公式は破棄する。

- すると、ベイズ更新と同様に、質問  $A$  に答えた後、その回答  $A = a$  に依存して、被験者の心の状態が変化して、標本空間の確率測度が  $P$  から  $P_{\{A=a\}}$  に変化したとすれば、結合確率は

$$\Pr\{A = a, B = b | P\} = \Pr\{A = a | P\} \Pr\{B = b | P_{\{A=a\}}\}$$

と表すことができる。



# インストルメント理論による動的ベイズ更新規則

- この方法に関して、次のことが問題となる。
  - 一般にどのような確率分布の変化  $P \mapsto P_{\{A=a\}}$  が可能か.
  - 順序効果と再現性を両立できるか.
  - この方法で、クリントン-ゴア実験の結合確率分布を再現できるか.これらの問題を以下の論文で解決することができた.

[Journal of Mathematical Psychology 100 \(2021\) 102491](#)



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/jmp](http://www.elsevier.com/locate/jmp)



Modeling combination of question order effect, response replicability effect, and QQ-equality with quantum instruments

Masanao Ozawa <sup>a,b</sup>, Andrei Khrennikov <sup>c,\*</sup>

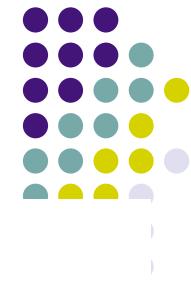
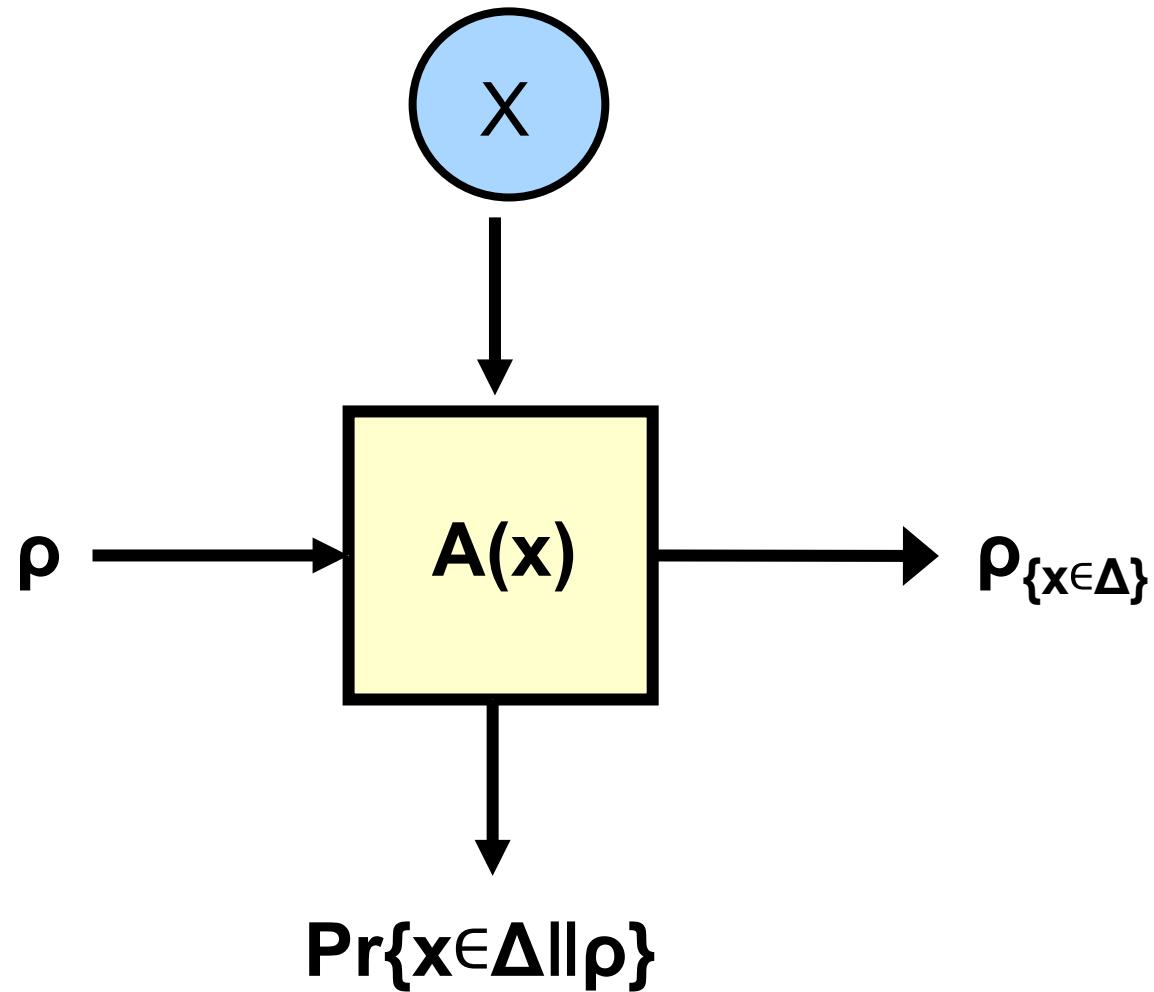
<sup>a</sup> College of Engineering, Chubu University, 1200 Matsumoto-cho, Kasugai 487-8501, Japan

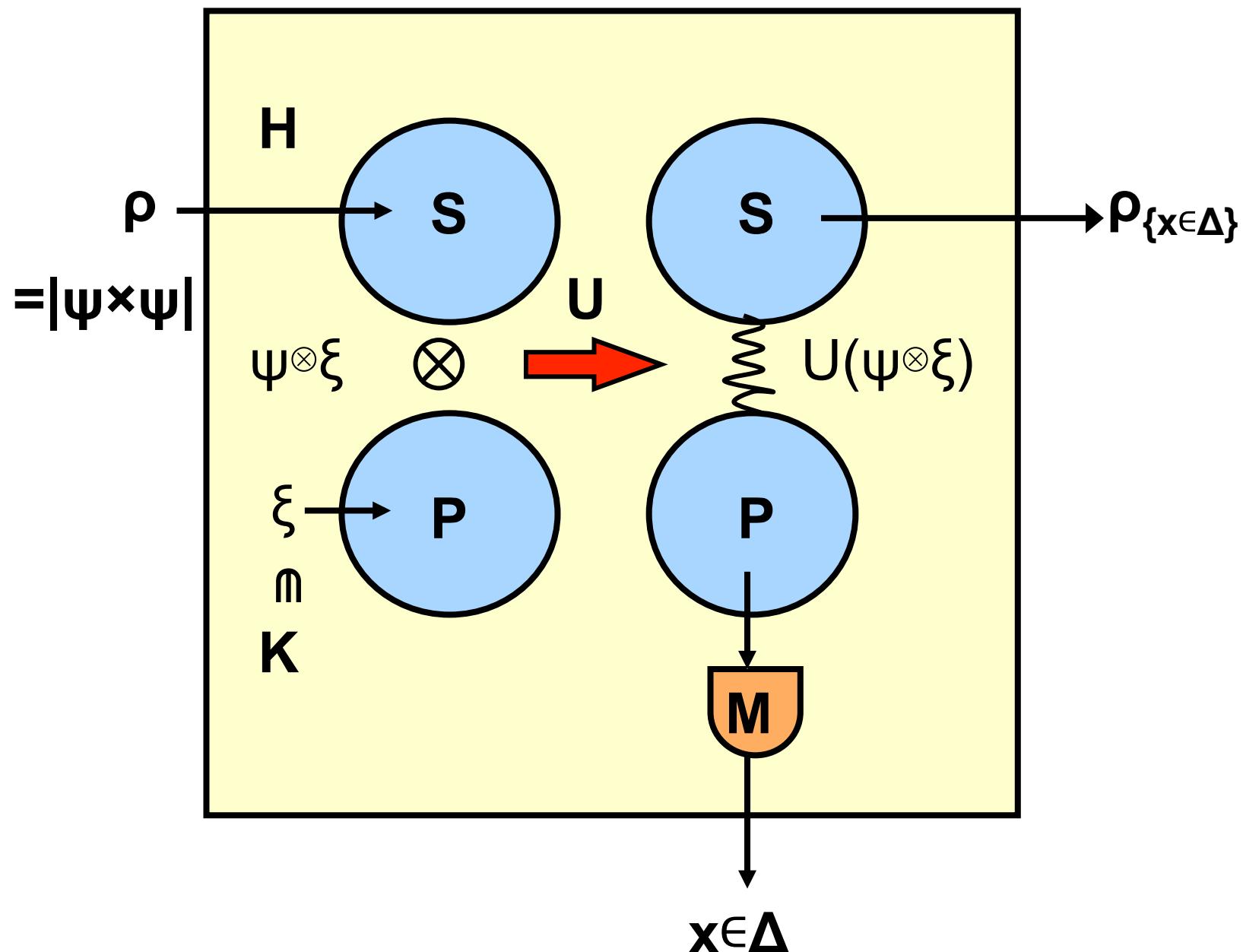
<sup>b</sup> Graduate School of Informatics, Nagoya University, Chikusa-ku, Nagoya 464-8601, Japan

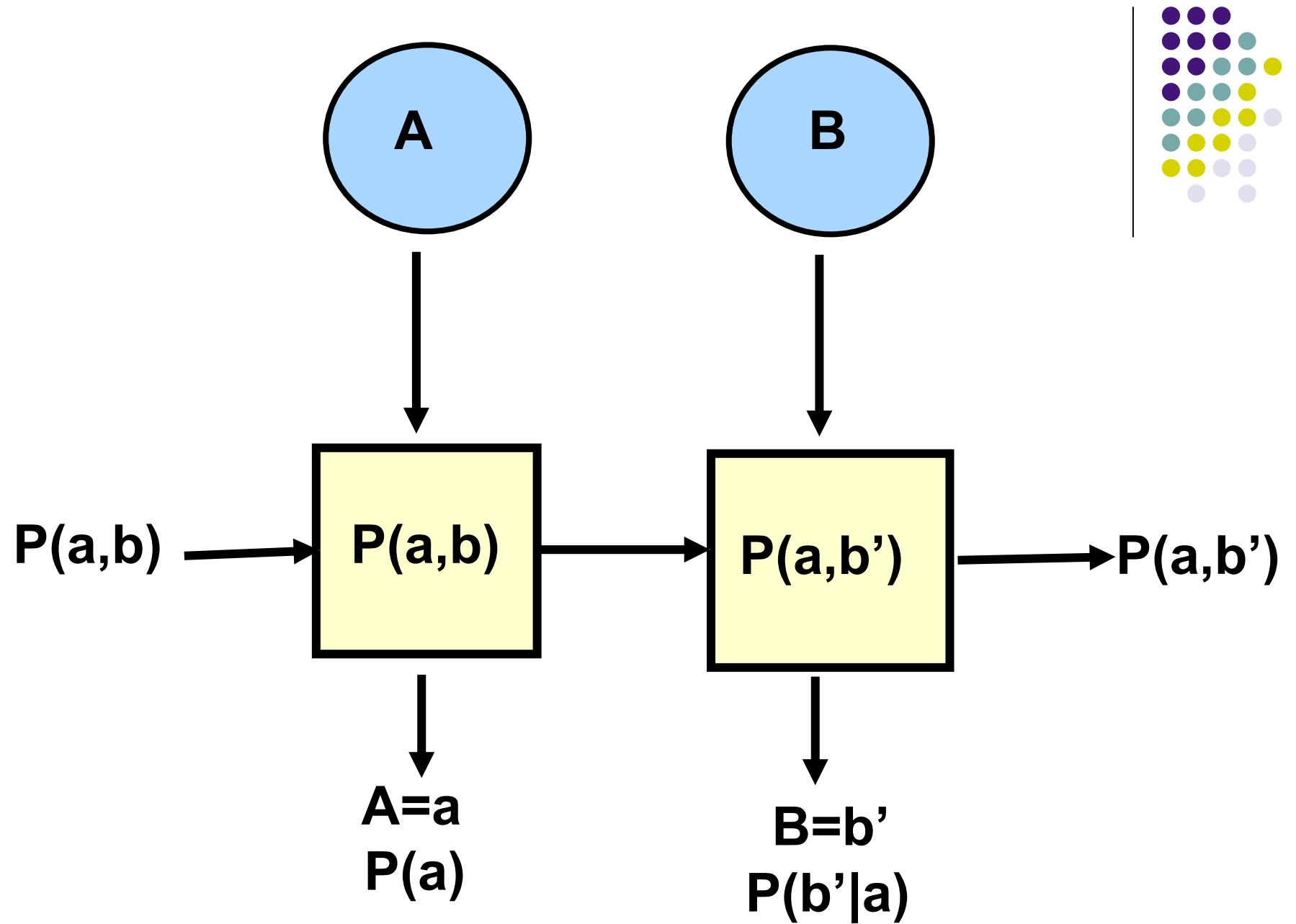
<sup>c</sup> Linnaeus University, International Center for Mathematical Modeling in Physics and Cognitive Sciences Växjö, SE 351 95, Sweden

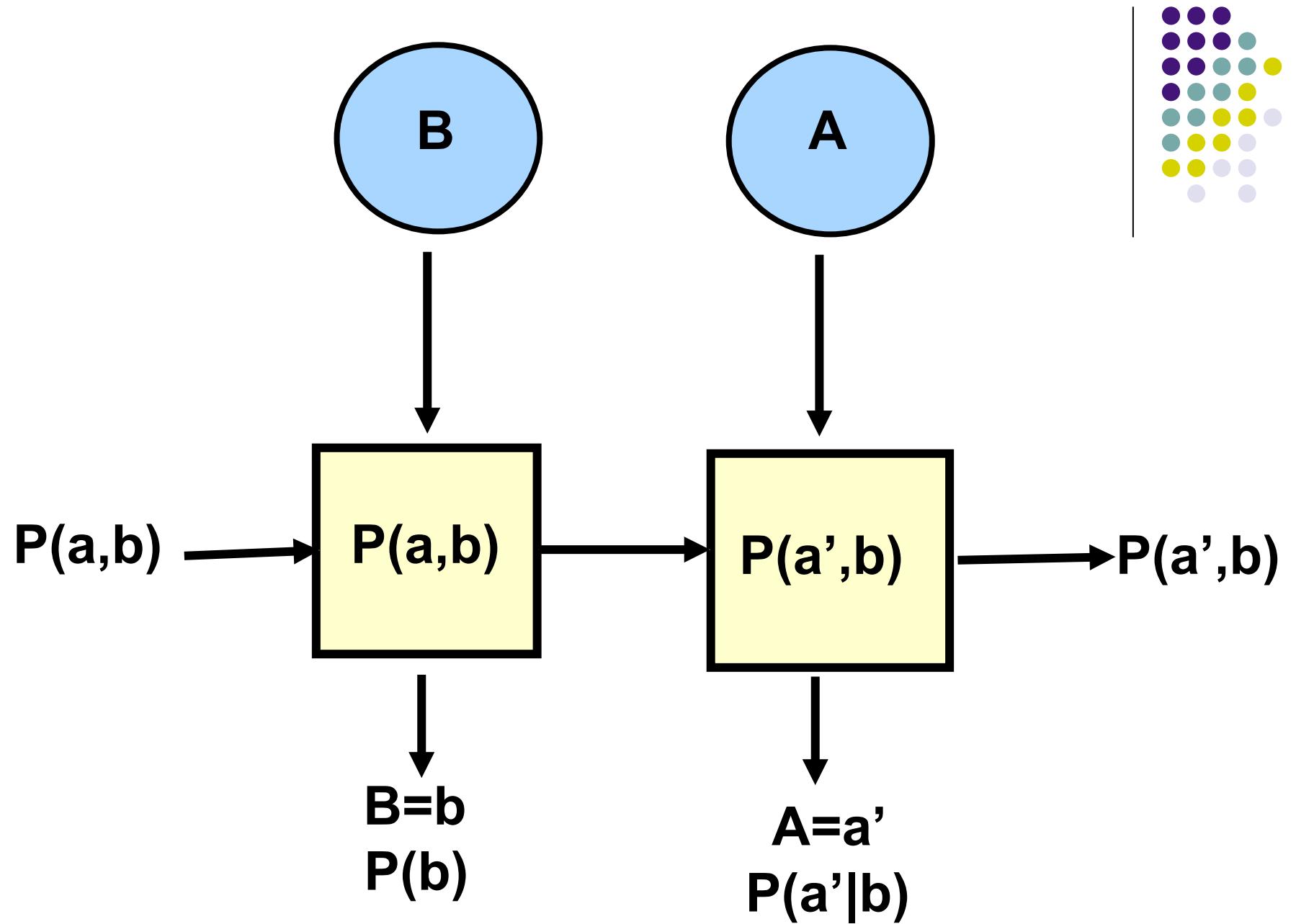


# 量子インストルメント











## 量子インストルメントモデルによるデータの再現:

クリントン ⇒ ゴア (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	48.89/48.99	4.50/4.47
クリントン-NO	17.80/17.67	28.81/28.86
ゴア ⇒ クリントン (%)	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	56.37/56.25	2.53/2.55
クリントン-NO	19.77/19.91	21.33/21.30
脱順序効果	ゴア-YES	ゴア-NO
クリントン-YES	51.84	1.55
クリントン-NO	24.29	22.33

表 2: 量子インストルメントモデルによるデータの再現. 上段は質問 C⇒質問 G の順序で質問した場合、中段は質問 G⇒質問 C の順序で質問した場合の回答の頻度を量子インストルメントモデルで再現し、モデル値/データ値で示した。下段は、量子インストルメントモデルによって推定された、順序効果がないとした場合の回答頻度。 $\Pr(C=\text{no}, G=\text{yes})=24.29$  は、いずれの順序での回答より高く、 $\Pr(C=\text{yes}, G=\text{no})=1.55$  は、いずれの順序での回答より低い。よって、それぞれの順序による回答頻度を平均化することによっては、順序効果を補正することはできない。

[M. Ozawa, A. Khrennikov, J. Math. Psycol. 100, 102491 (2021)]



# 結論

- A-B-A再現性が成立すると仮定すると、心の不確定性、すなわち、A-B質問順序効果は、心の量子性、すなわち、AとBの非可換性に由来するのではなく、信念の事後確率をベイズ更新とは異なる規則に従って更新していることに由来する。
- 心の量子性(AとBの非可換性)が正しいとすると、質問の前に信念は存在せず、質問の回答に従って、信念が生まれることになるが、この研究から、そうではなく、質問の前に信念は存在するが、一定の傾向に従って、質問の回答に依存して変化することが導かれる。
- つまり、A-B-A再現性は信念の存在を保証し、A-B質問順序効果は、質問に回答する過程で信念が変化することを示している。



# 今後の研究課題

- 世論調査や広告の分野におけるQOE（質問順序効果）とRRE（回答再現効果）などの実証
- 量子インストルメントモデルによるQOEとRREなどの効果の解明
- 意思決定におけるQOEなどの効果のAIによるシミュレーション
- アンケート調査におけるQOEによるバイアスの除去
- 広告におけるQOEの活用



# 将来展望

- 新しい物理学と量子技術への応用
  - 量子インストルメント理論による量子情報科学の発展
  - 新しい量子不確定性制御の展開
    - 測定誤差と擾乱の計測による新しい科学・技術の可能性
    - 超精密測定技術=重力波検出, ナノサイエンス, GPS等
    - 量子情報技術=量子暗号・量子計算
- 心理学・認知科学・AIへの応用：
  - 状態の揺らぎや不安定性と観測に由来する不確定性
  - 人間の知覚-認識モデルと量子インストルメント理論の親和性
  - 世論調査におけるバイアスや広告効果の解明
  - AIによる認知バイアスの再現一官能試験の自動化
- 新しい数学：
  - 問題解決のために広い数学分野を横断
  - 経験科学の方法を理解し理論構築から実験的検証までをフォロー
  - 新しいタイプの応用数学者の養成 (AI数理データサイエンスセンター)



最後に、

# 量子と情報

——量子の実在と不確定性原理

小澤正直

量子と情報 —量子の実在と不確定性原  
理— 単行本（ソフトカバー） - 2018/11/9

小澤正直 (著)

★★★★★ 2件のカスタマーレビュー

ベストセラー1位 - カテゴリ 量子物理学

› その他 (2) の形式およびエディションを表示する

Kindle版

¥ 2,000

単行本（ソフトカバ

¥ 2,160